



Couplages fluides / solides / milieux poreux en grandes déformations

Départ. **Mécanique et Procédés d'Élaboration**, centre **Science des Mat. Et Structures (SMS)** et **LCG UMR 5148**

J. Bruchon, Maître-assistant



N. Moulin, Ingénieur de Recherches



Doctorants : P. Celle (2006), P. Wang (2009), G. Pacquaut (2010), A. Dereims (2013), L. Abou Orm (2013)



Plan de l'exposé

- A. Position des couplages hydro-mécaniques dans les procédés d'élaboration des matériaux composites
 - 1. Les procédés d'élaboration par sèche des composites organiques
 - 2. Représentation des couplages en vue de la modélisation de l'infusion

- B. Prise en compte des grandes déformations des préformes (thèse P. Celle, 2006)
 - 1. Cadre mécanique – intégration d'un comportement de type Terzaghi
 - 2. Formulation Lagrangienne réactualisée du comportement orthotrope non-linéaire

- C. Modélisation de l'écoulement de la résine (thèse P. Celle – 2006, G. Pacquaut - 2010)
 - 1. Rappels des équations de conservation
 - 2. Formulation d'éléments finis stabilisés
 - 3. Suivi du front de fluide

- D. Modélisation de l'infusion – couplage Stokes/Darcy
 - 1. Approche découplée / Approche unifiée
 - 2. Simulations numériques / comparaisons avec l'expérience

- E. Synthèse - Voies de développement actuelles

Références bibliographiques

Plan de l'exposé

A. Position des couplages hydro-mécaniques dans les procédés d'élaboration des matériaux composites

1. Les procédés d'élaboration par voie sèche des composites organiques
2. Représentation des couplages en vue de la modélisation de l'infusion

B. Prise en compte des grandes déformations des préformes (thèse P. Celle, 2006)

1. Cadre mécanique – intégration d'un comportement de type Terzaghi
2. Formulation Lagrangienne réactualisée du comportement orthotrope non-linéaire

C. Modélisation de l'écoulement de la résine (thèse P. Celle – 2006, G. Pacquaut - 2010)

1. Rappels des équations de conservation
2. Formulation d'éléments finis stabilisés
3. Suivi du front de fluide

D. Modélisation de l'infusion – couplage Stokes/Darcy

1. Approche découplée / Approche unifiée
2. Simulations numériques / comparaisons avec l'expérience

E. Synthèse - Voies de développement actuelles

Références bibliographiques

A. Position des couplages hydro-mécaniques dans les procédés d'élaboration des matériaux composites

1. Les procédés d'élaboration par voie sèche des matériaux composites organiques

- Présentation des *solutions composites*
- Les principaux procédés
- Les procédés par voie sèche (LCM)

2. Modélisation de l'infusion

- Stratégie de modélisation
- Modélisation mécanique et thermo-mhysio-chimique

A. Position des couplages hydro-mécaniques dans les procédés d'élaboration des matériaux composites

1. Les procédés d'élaboration par voie sèche des matériaux composites organiques

- Présentation des *solutions composites*
- Les principaux procédés
- Les procédés par voie sèche (LCM)

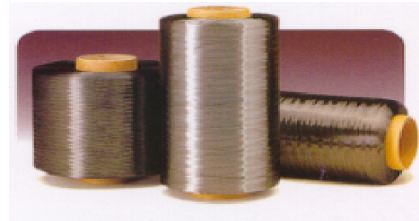
2. Modélisation de l'infusion

- Stratégie de modélisation
- Modélisation mécanique et thermo-mhysio-chimique

A.1 Les solutions composites (1/2)



Liant

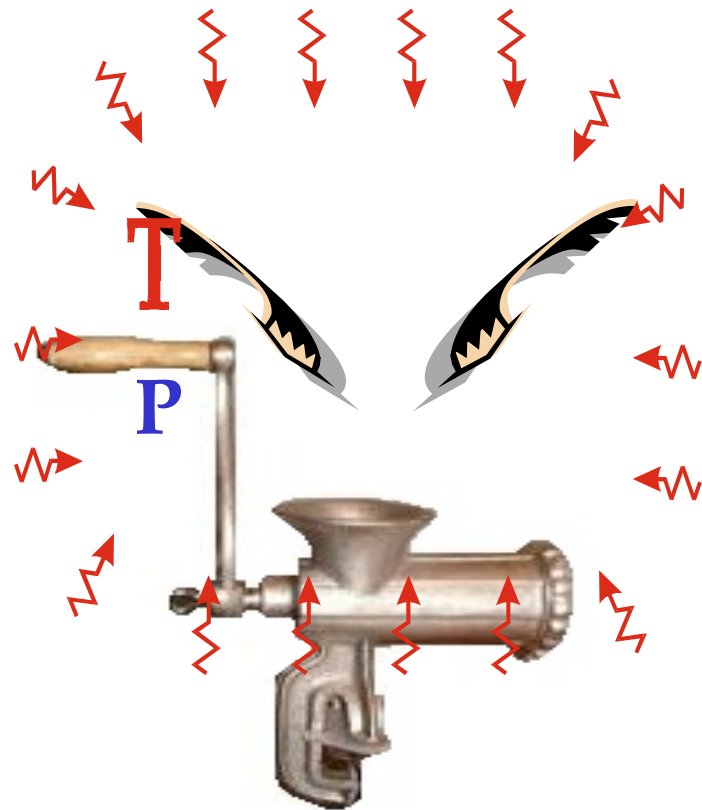


Renforts

10^{-6} m

Procédés
Conception

10^1 m



A.1 Les solutions composites (2/2)

Critères de choix

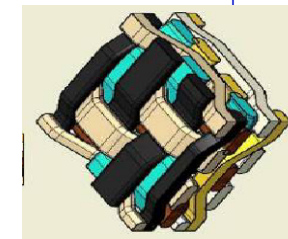
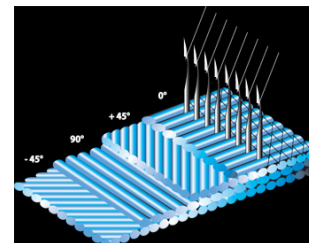
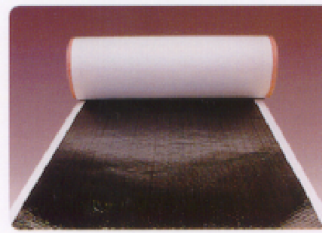
- Fractions volumiques obtenues
- Dimensions – tolérances
- Coûts (main d'œuvre, matériaux, équipements, stockage, ...)



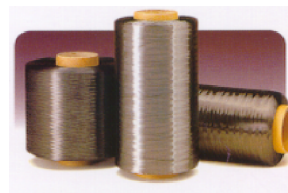
Structure

- Assemblage de pré-formes : coutures secondaires, poudrage, cloutage, ...

- Multiaxiaux cousus, tissés, ... secs ou pré-imprégnés de résine



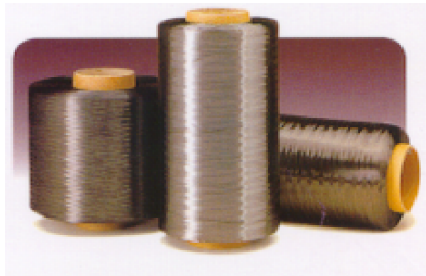
- Torons de fibres
(3k < < 80k)



Constituants

A.1 Les procédés (1/4)

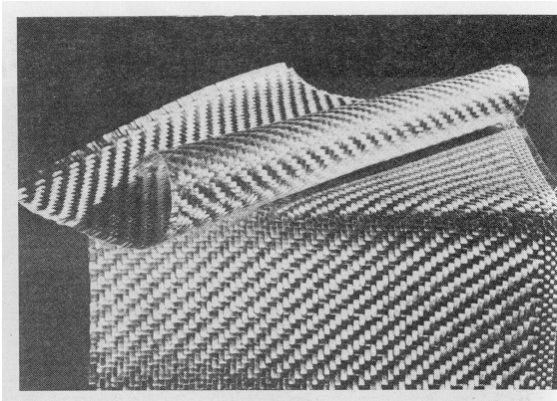
Procédés 'historiques' : par voie humide



Renforts $\Phi \sim 7\text{mm}$

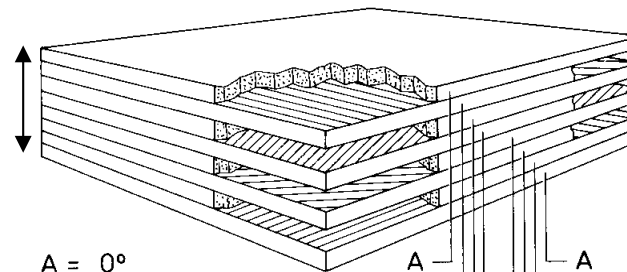
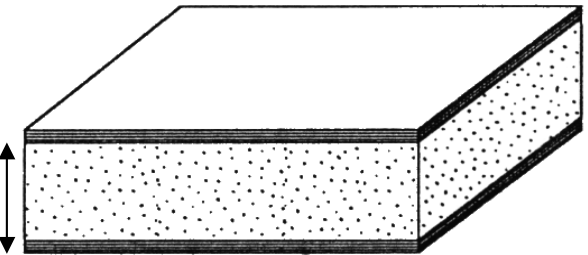
10^{-6} m

10^1 m



Tissu (biaxial)
Épaisseur $\sim 0,25$ mm

10-100 mm



A = 0°
B = 90°
X = -45°
Y = $+45^\circ$

Stratifié

A
B
X
Y

Cycle de
Cuisson

A.1 Les procédés (2/4)

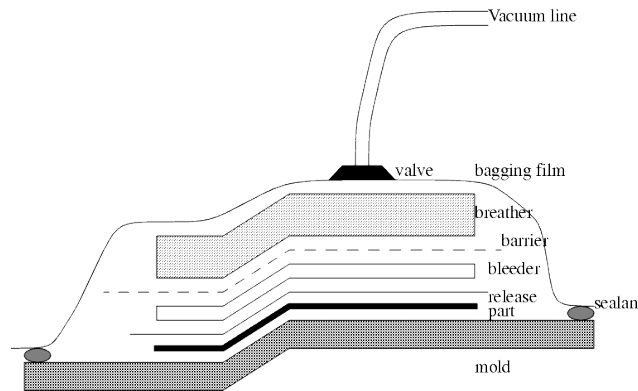
Procédés 'historiques' : par voie humide

€ Main d'œuvre, matériau €
Drappage manuel ou automatisé



Renforts pré-impregnés, TVF 55 %

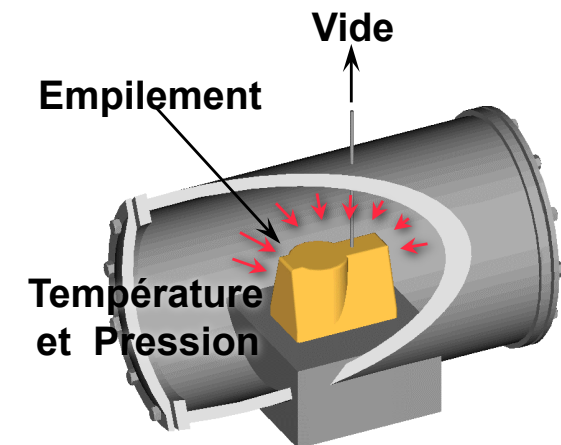
€ Consommables €
Préparation



- Sac à vide
- Tissu de démoulage
- Tissu de pompage
- Drainant
- Gel coat (aspect)
- Mastic
- Événements, tuyaux, ...

€ Autoclave, moules €
Cuisson en autoclave

Cycle de température / pression; TVF ≈ 60 %



A.1 Les procédés (3/4)

Procédés 'historiques' : par voie humide

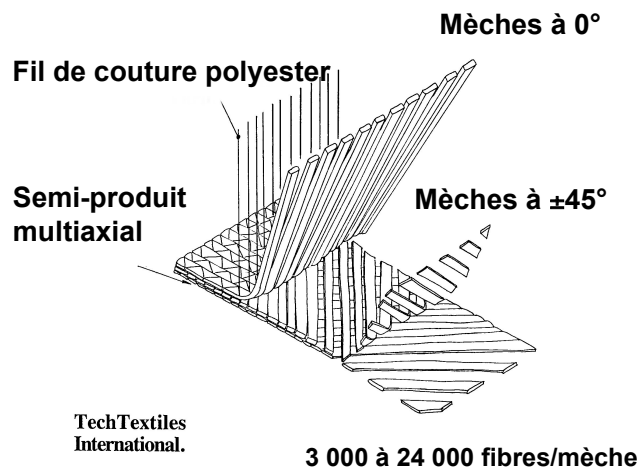
Procédés LCM



Renforts $\Phi \sim 7\text{mm}$

10^{-6} m

10^1 m



NCF (bi à quadri-axial)
Épaisseur $\sim 0,5$ à 1 mm

Procédés par
voie humide



Pré-formage / Sandwich
+ Imprégnation puis
Cuisson

A.1 Les procédés (4/4)

Procédés LCM : par voie sèche

- RTM (Resin Transfer Molding)
- VARTM (Vacuum Assisted Resin Transfer Molding)
- CRTM (Compression Resin Transfer Molding)
- RTM Light (Resin Transfer Molding Light)

- FASTRAC (FAST Remotely Actuated Channeling)
- LRI (Liquid Resin Infusion)
- VARI/VARIM (Vacuum Assisted Resin Infusion Molding)
- SCRIMP (Seemann Composites Resin Infusion Molding Process)
- RFI (Resin Film Infusion)

Infiltration par injection de résine
(RTM et dérivés)

Infiltration par infusion de résine
(Infusion et dérivés)

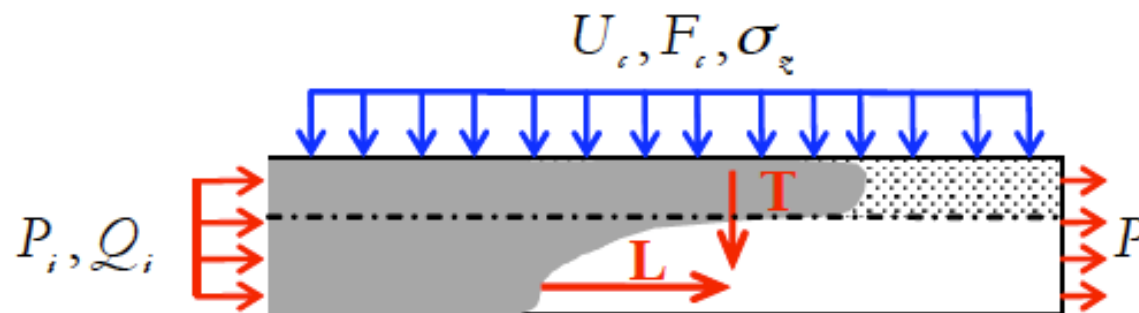


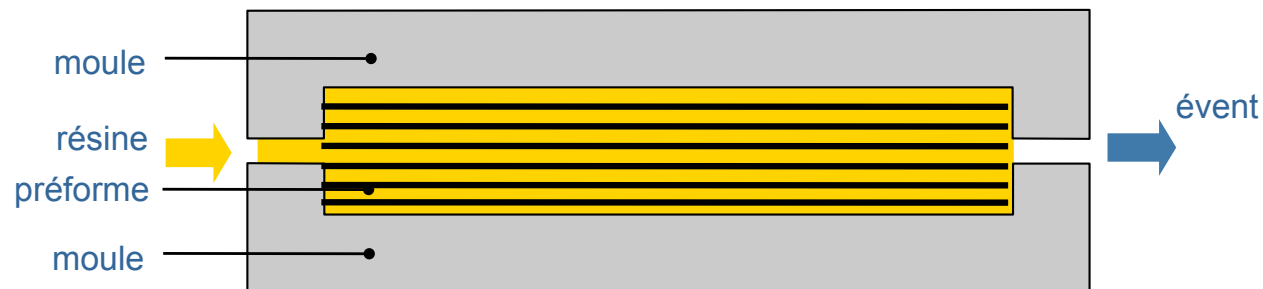
Schéma représentatif des familles de procédés LCM

Bréard et al. – REEF [2005]

A.1 Les procédés LCM (1/3)

Resin Transfer Molding (RTM)

Injection dans le sens longitudinal des fibres \Rightarrow Perméabilités longitudinales



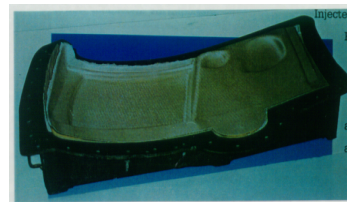
Le procédé RTM = Resin Transfer Moulding

Utilisation (composites HP)

- Aéronautique
- Marine
- Installations éoliennes

Les Avantages

- cycle court,
- coût main d'œuvre (préformage) & stockage
- contrôle des paramètres
- forts taux de fibres
- environnement

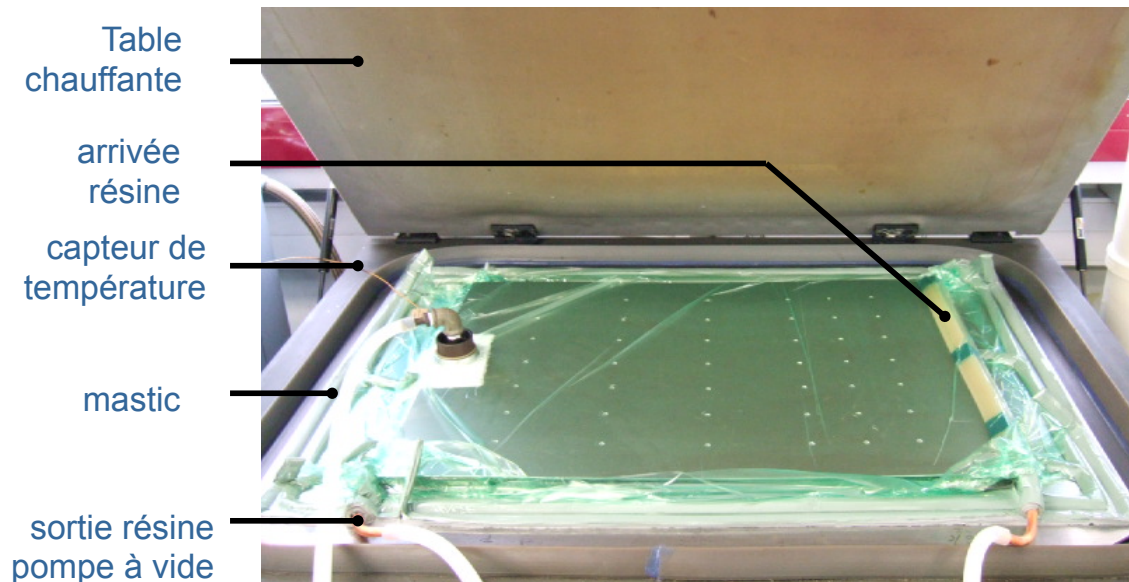
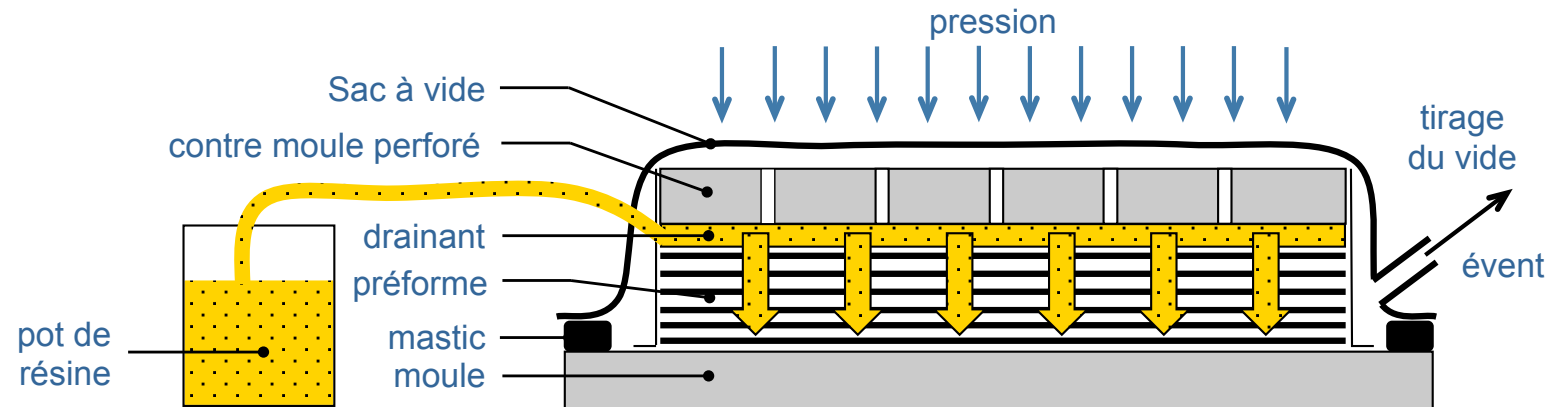


Les limites

- taille des pièces,
- remplissage du moule (apparition de zones vides),
- coût du moule.

A.1 Les procédés LCM (2/3)

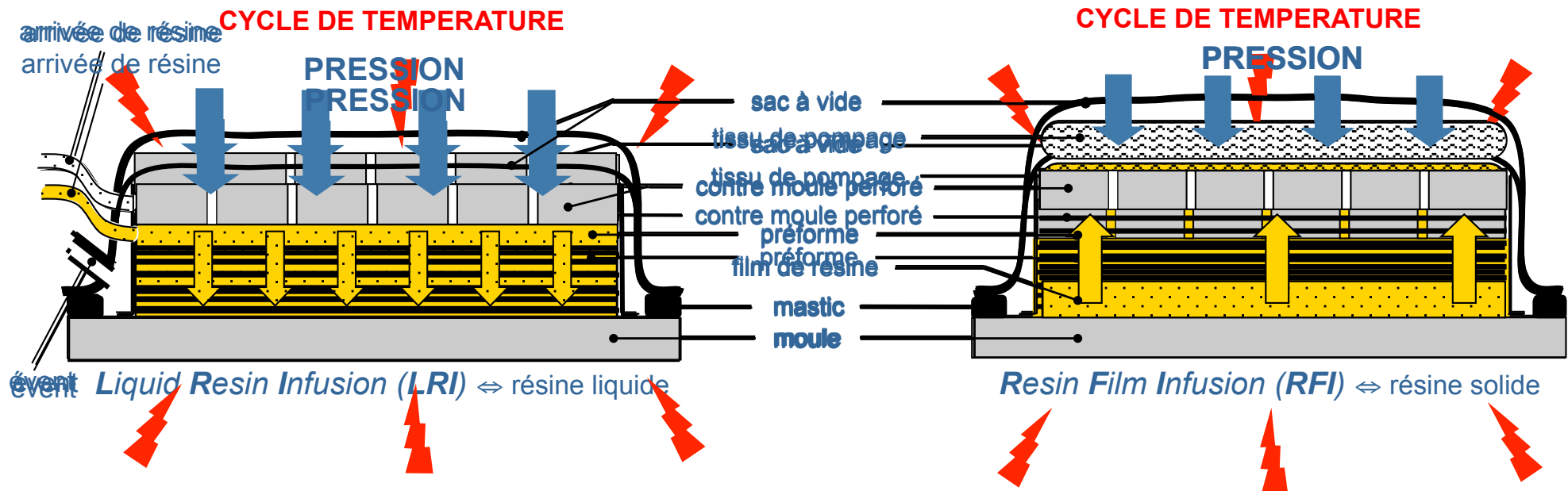
Resin Infusion Processes (RIP)



A.1 Les procédés LCM (3/3)

Liquid Resin Infusion (LRI) & Resin Film Infusion (RFI)

Injection perpendiculaire aux fibres \Rightarrow Perméabilités transverses



Les Avantages

- taille des pièces (gds rapports volume/section) ,
- coût main d'œuvre (préformage) & stockage
- forts taux de fibres
- environnement
- coût du moule (semi-rigides, souples).

Les limites

- cycle court,
- contrôle des paramètres (température, réticulation, ...)

Difficultés actuelles :

- Déterminer l'épaisseur de la pièce finale (et donc la fraction volumique correspondante), **PERMEABILITE**
- Pas d'outil logiciel adapté -> développements 'à tâtons'

A. Position des couplages hydro-mécaniques dans les procédés d'élaboration des matériaux composites

1. Les procédés d'élaboration par voie sèche des matériaux composites organiques

- Présentation des *solutions composites*
- Les principaux procédés
- Les procédés par voie sèche (LCM)

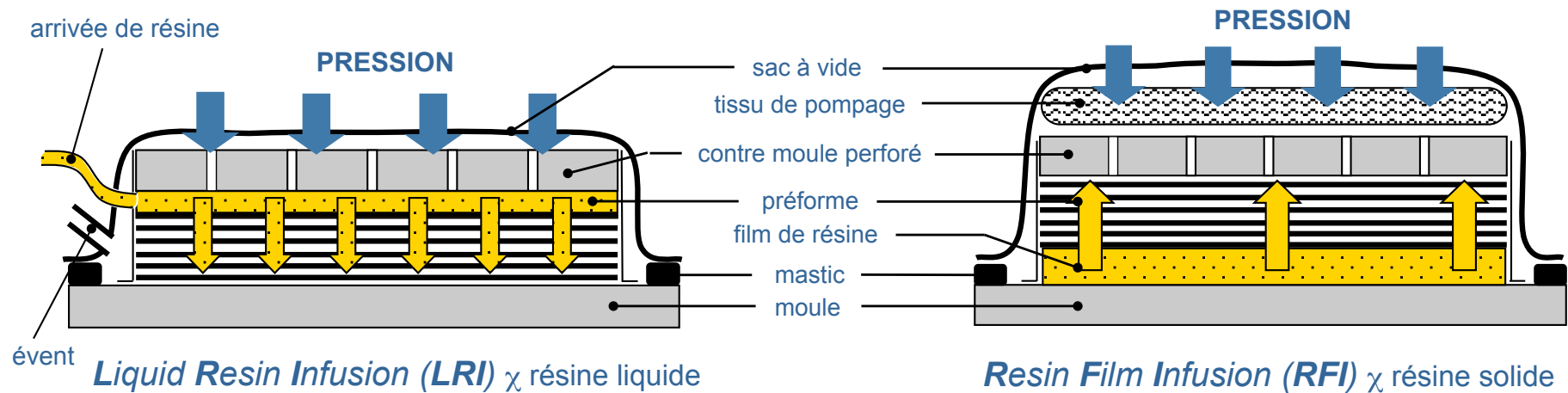
2. Modélisation de l'infusion

- **Stratégie de modélisation**
- **Modélisation mécanique et thermo-mhysio-chimique**

A.2 Stratégie de modélisation (1/5)

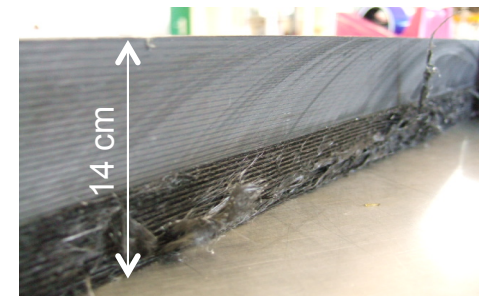
Liquid Resin Infusion (LRI) & Resin Film Infusion (RFI)

Injection perpendiculaire aux fibres \Rightarrow Perméabilités transverses



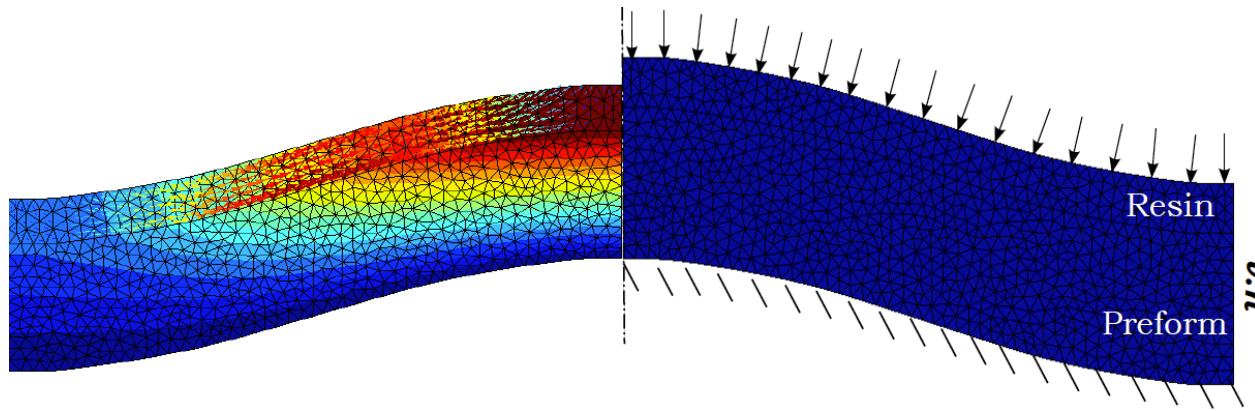
Intérêt de la simulation numérique :

- Déterminer l'épaisseur de la pièce finale,
- Optimiser les temps de cycle,
- Obtenir les contraintes résiduelles,
- Réduire les coûts de recherche et de développement de nouvelles solutions composite.



A.2 Stratégie de modélisation (2/5)

Structuration



Pré-imprégnés

⇒ Couplage mécanique solide / fluide (*déplacement / vitesse*)

⇒ Grandes déformations + non-linéarités matériau

⇒ Écoulement dans une zone libre

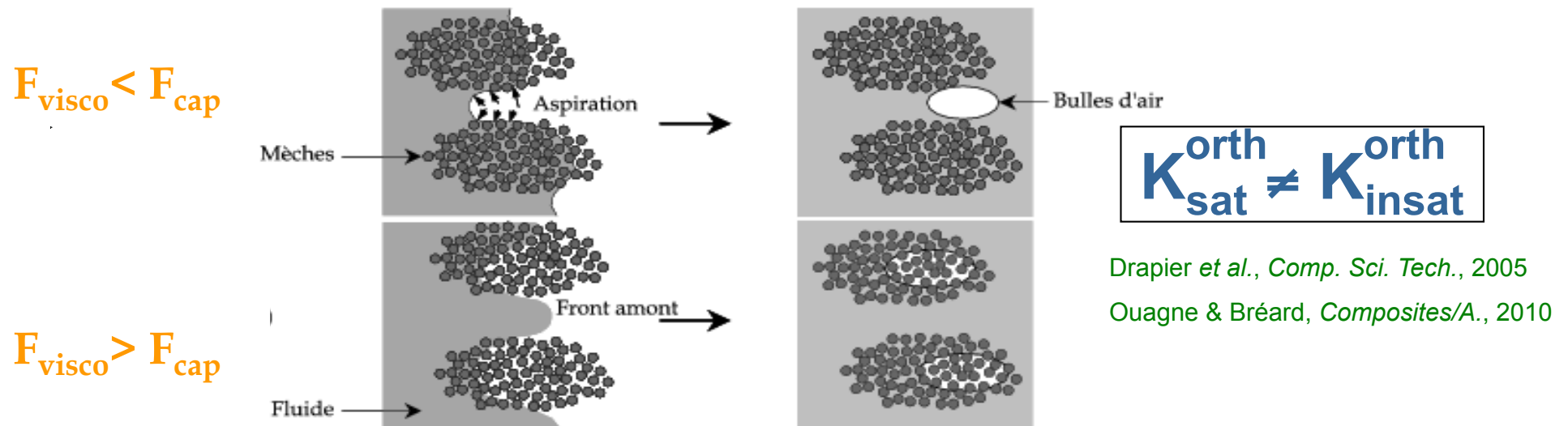
⇒ Évolution des domaines (*disparition résine*)

Difficultés

A.2 Stratégie de modélisation (3/5)

Types de perméabilité

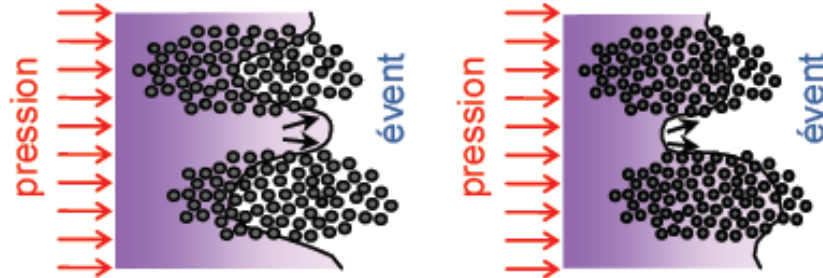
L'écoulement dans un milieu poreux résulte de la compétition entre les forces d'origine visqueuse et les forces capillaires



- Deux échelles d'écoulement: **micropores, macropores**
- **Problème** de définition du **front** de fluide
- **Problème** de **précision** des mesures
- Description **difficile** par des modèles mais, mesures macroscopiques **possibles**

Échelle de modélisation

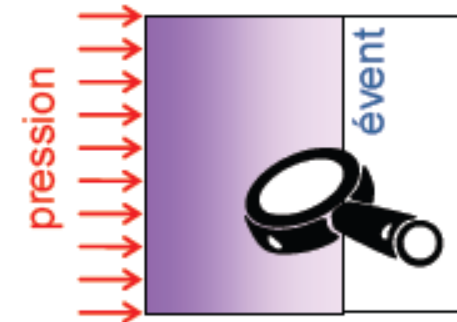
Modélisation Microscopique



Échelle des pores et des fibres



Modélisation Macroscopique



Échelle de la structure

Avantages :

- Étude du milieu hétérogène (renfort + résine)

Inconvénients :

- Caractérisation du milieu (Traitement Statistique)
- Comportement aux interfaces
- Temps de calcul

Peu voire pas utilisée

Permet de traiter les problèmes de capillarités et de bulles d'air (problèmes inverses)

Avantages :

- Temps de calcul
- Description du modèle élément finis et ou analytique

Inconvénients :

- Qualité des résultats dépend de la qualité du modèle macroscopique

Approche la plus utilisée

*Écoulement en milieux poreux
Théorie de l'homogénéisation*

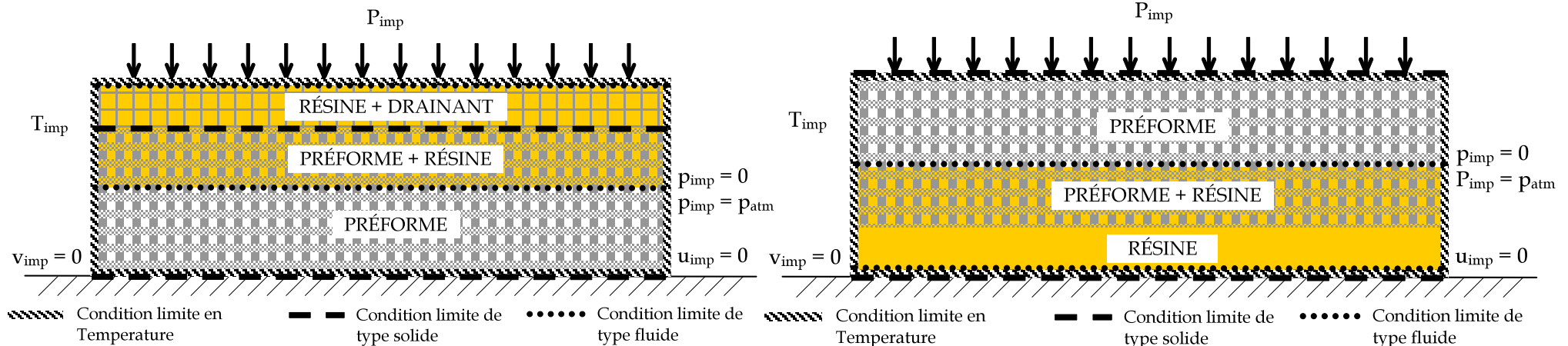
A.2 Stratégie de modélisation (5/5)

Le modèle proposé

Découpage en trois zones séparées par des **frontières mobiles**.

LRI

RFI



Principales difficultés pour la modélisation des procédés RFI et LRI :

1. **Couplage** entre l'écoulement de la résine et la déformation des préformes
2. Quelles sont les **conditions aux limites** à appliquer sur les **frontières mobiles** ?
3. Comment effectuer le **repérage** de ces **frontières** ?
4. Gestion de la **disparition** de la **zone de résine**

A.2 Modélisation multi-physique (1/18)

Conservation de la quantité de mouvement



A.2 Modélisation multi-physique (2/18)

Conservation de la masse

Conservation de la masse des nappes

⇒ Formulation Lagrangienne $\rho_n^t J^t = \rho_n^0 J^0$

① - nappes
sèches

Les fibres sont incompressibles mais les préformes sont compressibles

⇒ variation du volume ⇒ variation de porosité

$$\phi^{t+\Delta t} = 1 - \frac{1}{J_t^{t+\Delta t}} \phi^t$$

Conservation de la masse de résine

⇒ Formulation ALE (évolution du domaine de résine)

② - nappes
imprégnées

Conservation de la masse des nappes

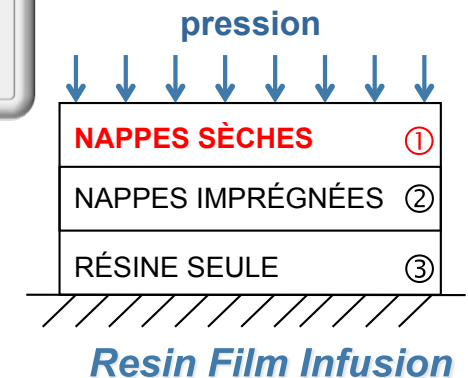
⇒ Formulation Lagrangienne ⇒ variation de porosité

③ - résine
seule

Conservation de la masse de résine

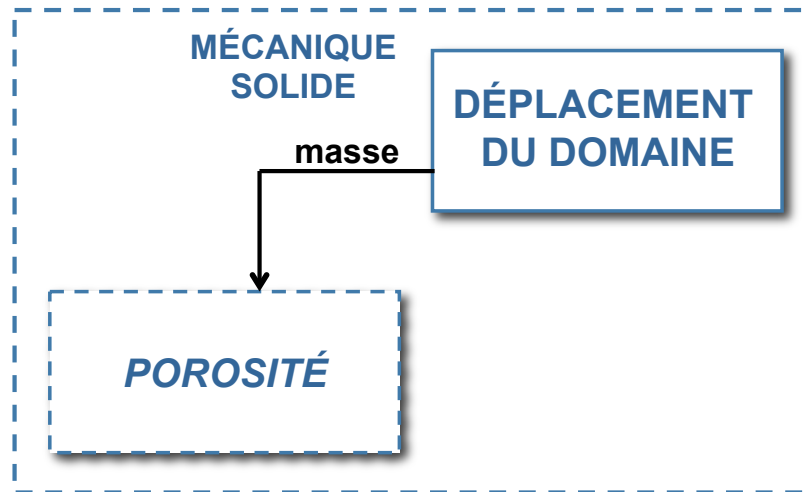
⇒ RFI : Formulation ALE (disparition de la zone de résine)

⇒ LRI : Formulation Eulérienne (domaine fixe)



A.2 Modélisation multi-physique (3/18)

Couplage dans la zone intermédiaire : nappes imprégnées



A.2 Modélisation multi-physique (4/18)

Conservation de la masse

Conservation de la masse des nappes

⇒ Formulation Lagrangienne $\rho_n^t J^t = \rho_n^0 J^0$

① - nappes
sèches

Les fibres sont incompressibles mais les préformes sont compressibles

⇒ variation du volume ⇒ variation de porosité

$$\phi^{t+\Delta t} = 1 - \frac{1}{J_t^{t+\Delta t}} \phi^t$$

Conservation de la masse de résine

⇒ Formulation ALE (évolution du domaine de résine)

② - nappes
imprégnées

Conservation de la masse des nappes

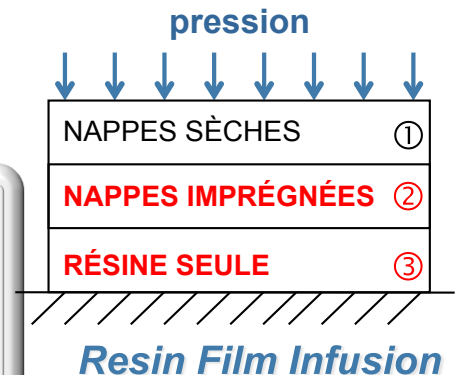
⇒ Formulation Lagrangienne ⇒ variation de porosité

Conservation de la masse de résine

③ - résine
seule

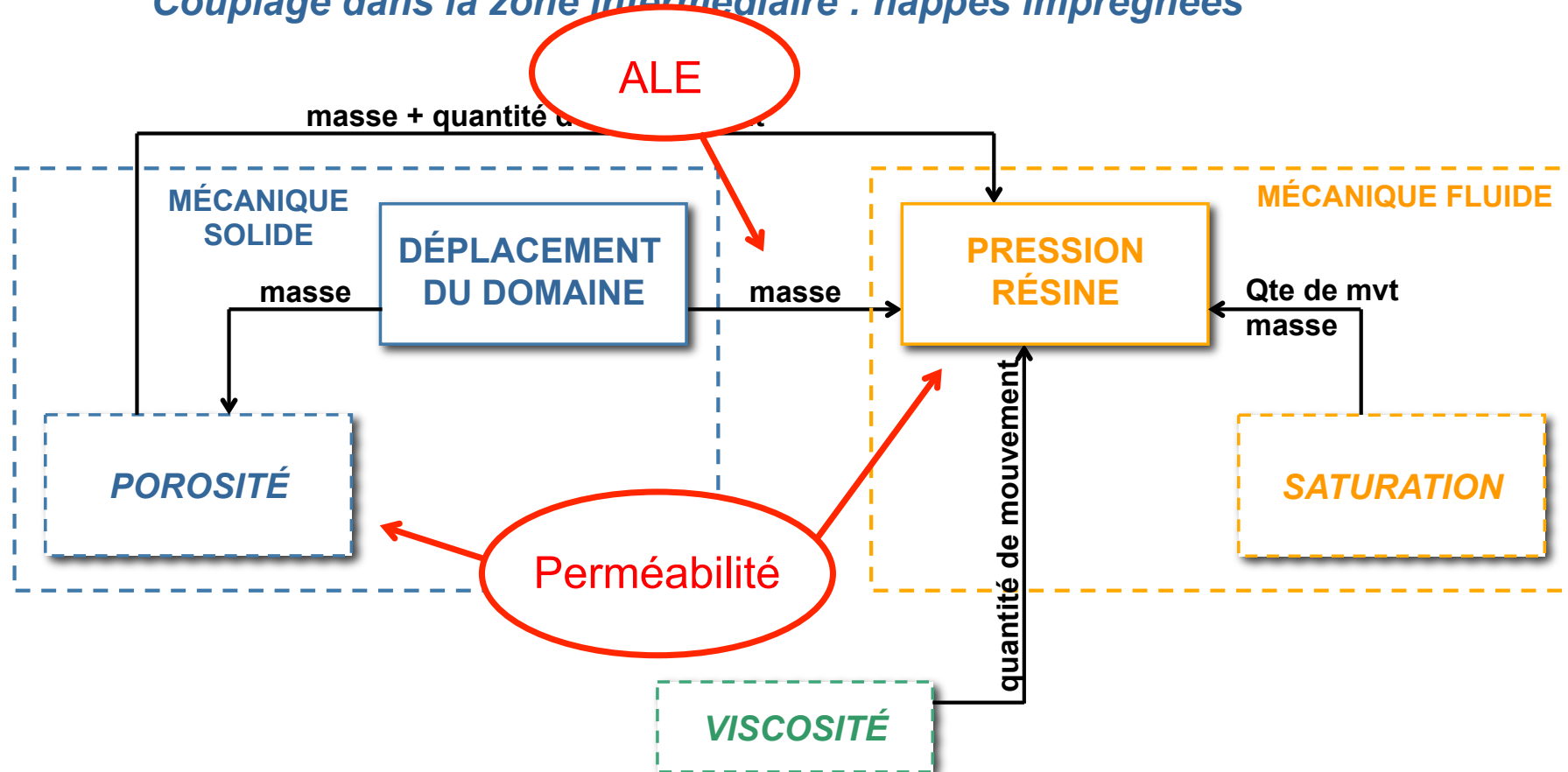
⇒ RFI : Formulation ALE (disparition de la zone de résine)

⇒ LRI : Formulation Eulérienne (domaine fixe)



A.2 Modélisation multi-physique (5/18)

Couplage dans la zone intermédiaire : nappes imprégnées



A.2 Modélisation multi-physique (6/18)

La perméabilité

Utilisation de loi semi-empiriques

1 Carman Kozeny :
$$K = \frac{d_f^2}{16 h_k} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}$$

[Bear 1990]

La constante de Kozeny dépend :

- ⇒ de la porosité [Kaviany 1995]
- ⇒ de la saturation

2 Déterminée à partir de la microstructure :

- ⇒ théorie de l'homogénéisation [Boutin 2000]
- ⇒ granulométrie linéaire [Bizet 2005]
- ⇒ volume représentatif [Belov 2004]
- ⇒ ...

- ⇒ Pas représentatif d'un matériau spécifique
- ⇒ Pas l'influence de la saturation (stationnaire)

Utilisation de mesure expérimentales

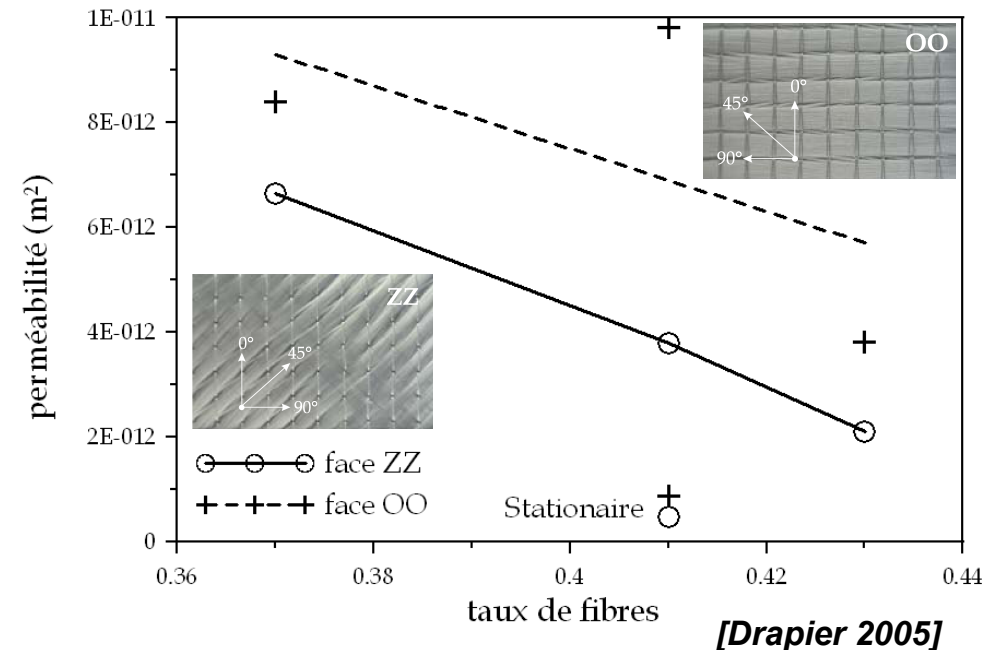
Perméabilités effectives :

- ⇒ mesure en régime saturé

Perméabilités relatives :

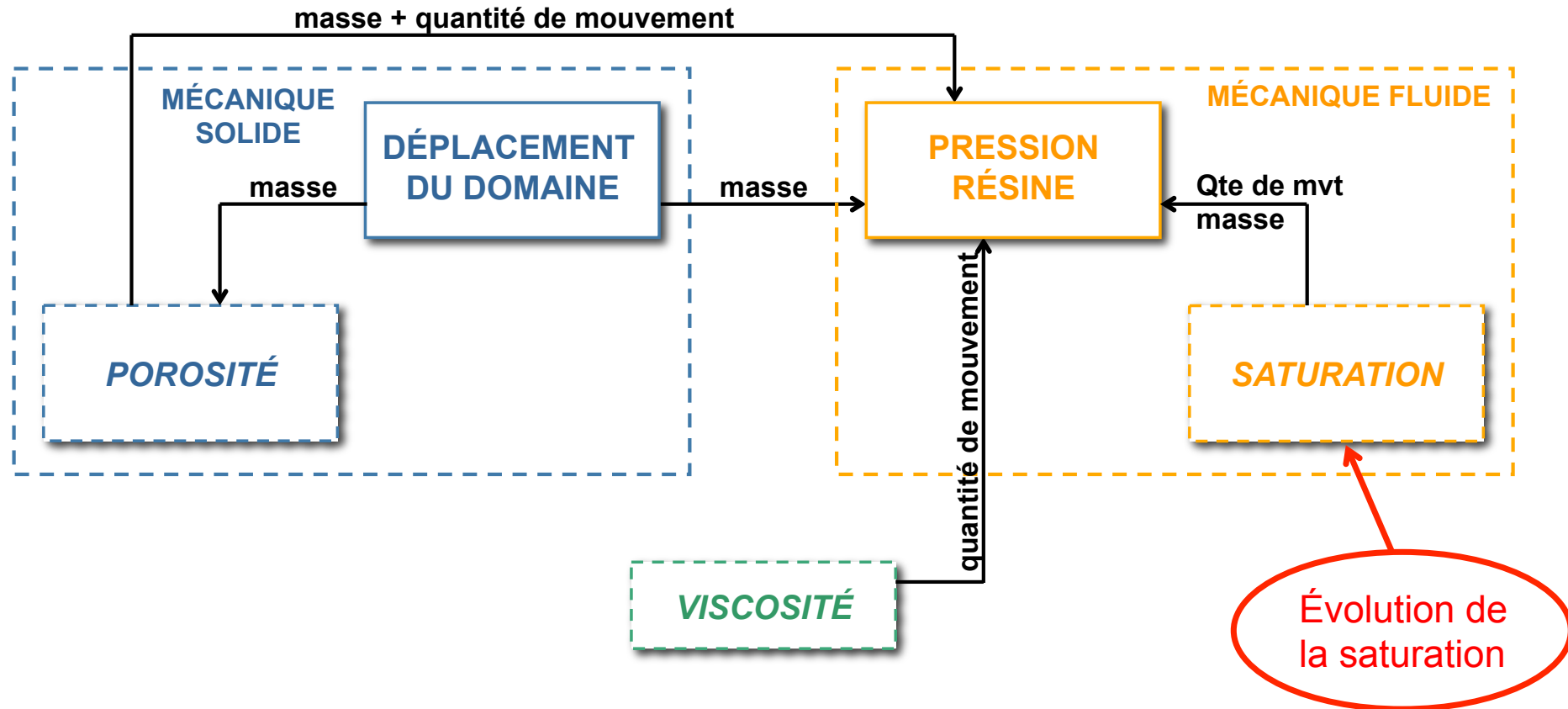
- ⇒ mesure en régime transitoire

Mesures NC2 en stationnaire et transitoires



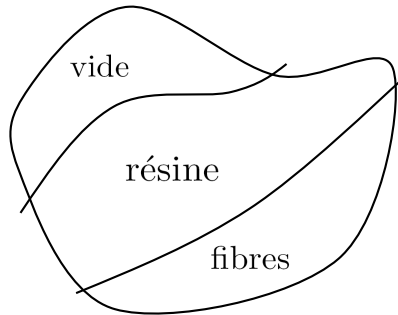
A.2 Modélisation multi-physique (7/18)

Couplage dans la zone intermédiaire : nappes imprégnées



A.2 Modélisation multi-physique (8/18)

Evolution de la saturation



Pour un élément de volume la saturation s'écrit : $s = \frac{\text{volume résine}}{\text{volume pore}}$

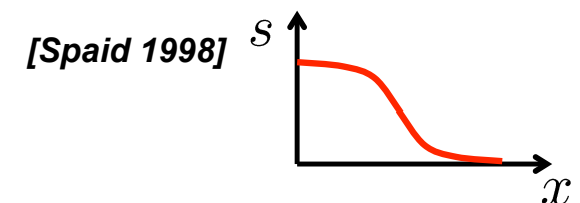
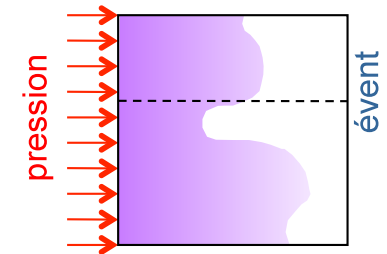
⇒ elle varie entre 0 et 1

Approches réelles

Evolution continue de la saturation

- tensions de surfaces ⇒ relation entre pression capillaire et saturation
- caractérisation [Breard 1999]

PRECISION



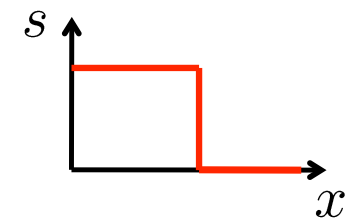
Approches « slug-flow »

Relation binaire entre pression et saturation

$$s = 0 \text{ pour } p_r = 0$$

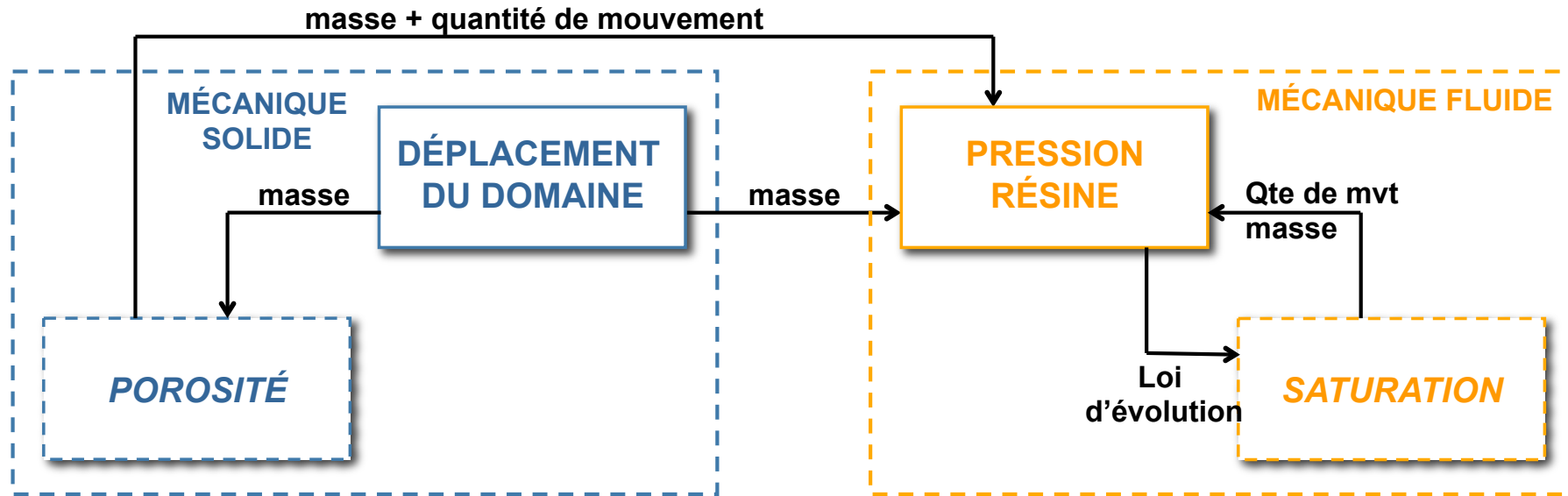
$$s = 1 \text{ pour } p_r \neq 0$$

RAPIDITÉ



A.2 Modélisation multi-physique (9/18)

Couplage dans la zone intermédiaire : nappes imprégnées



A.2 Modélisation multi-physique (10/18)

Loi de comportement

① - nappes
sèches

Comportement élastique non-linéaire des nappes

⇒ non-linéarités géométriques et matériaux

Comportement de la résine : fluide Newtonien Incompressible

⇒ pris en compte dans les équations de Darcy

② - nappes
imprégnées

Comportement élastique non-linéaire des nappes

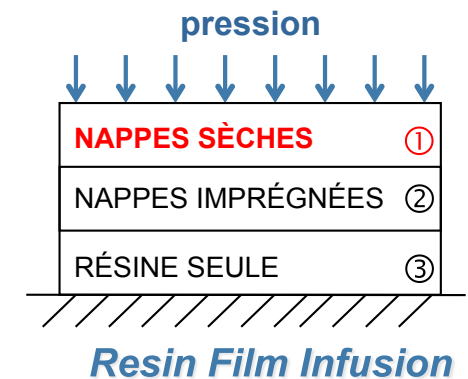
⇒ non-linéarités géométriques et matériaux

⇒ modèle de Terzaghi ou Biot

③ - résine
seule

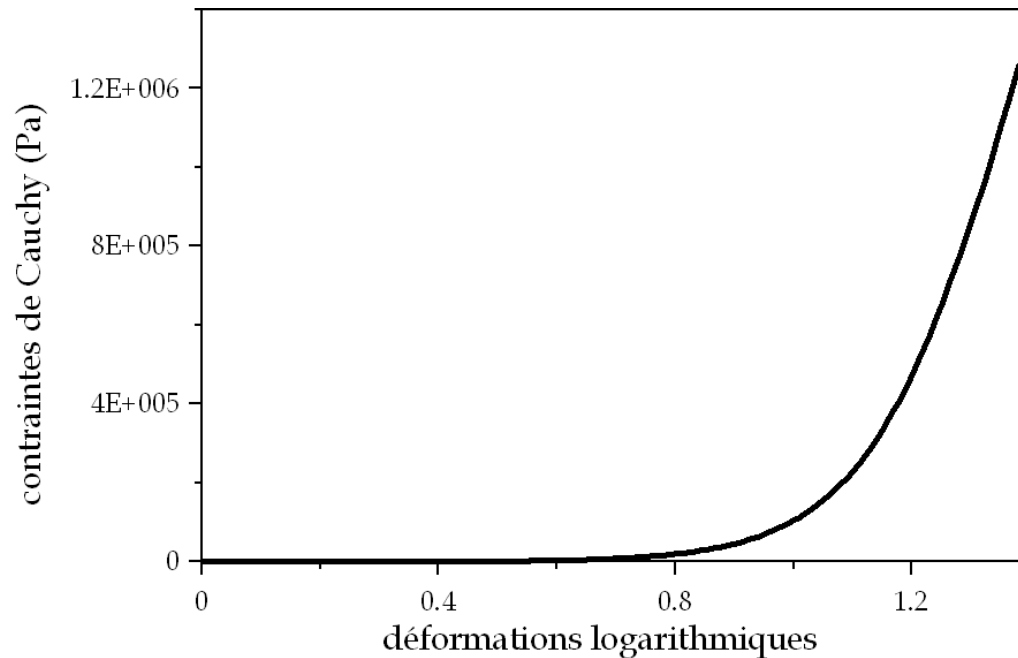
Comportement de la résine : fluide Newtonien Incompressible

⇒ pris en compte dans les équations de Stokes



Loi de comportement des nappes sèches

Mesures dans l'épaisseur \Rightarrow courbe force / déplacement



1 Loi de comportements 1D

Coefficient de Poisson : connu ou fixé

\Rightarrow Cauchy / logarithmiques

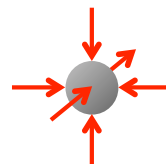
$$\sigma = f(\epsilon)$$

\Rightarrow Piola Kirchhoff / Green Lagrange

$$S = f(E)$$

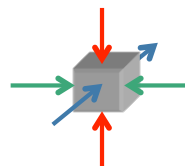
2 Généralisation 3D

\Rightarrow opérateur de comportement



isotrope

\Rightarrow définition d'un mesure de déformation et de contrainte équivalente



anisotrope

\Rightarrow détermination des module longitudinaux
 \Rightarrow calcul des coefficient d'anisotropie

Comportement élastique non-linéaire des nappes

\Rightarrow Hypoélasticité (incrémentale) anisotrope en grandes déformations

A.2 Modélisation multi-physique (12/18)

Loi de comportement

① - nappes
sèches

Comportement élastique non-linéaire des nappes

⇒ non-linéarités géométriques et matériaux

Comportement de la résine : fluide Newtonien Incompressible

⇒ pris en compte dans les équations de Darcy

② - nappes
imprégnées

Comportement élastique non-linéaire des nappes

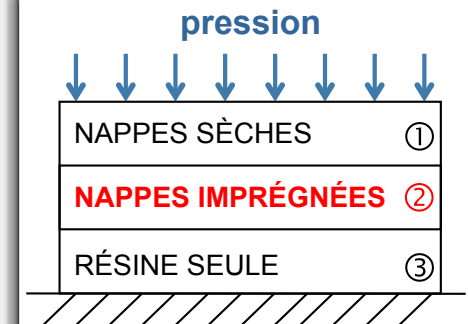
⇒ non-linéarités géométriques et matériaux

⇒ modèles de Terzaghi ou Biot

③ - résine
seule

Comportement de la résine : fluide Newtonien Incompressible

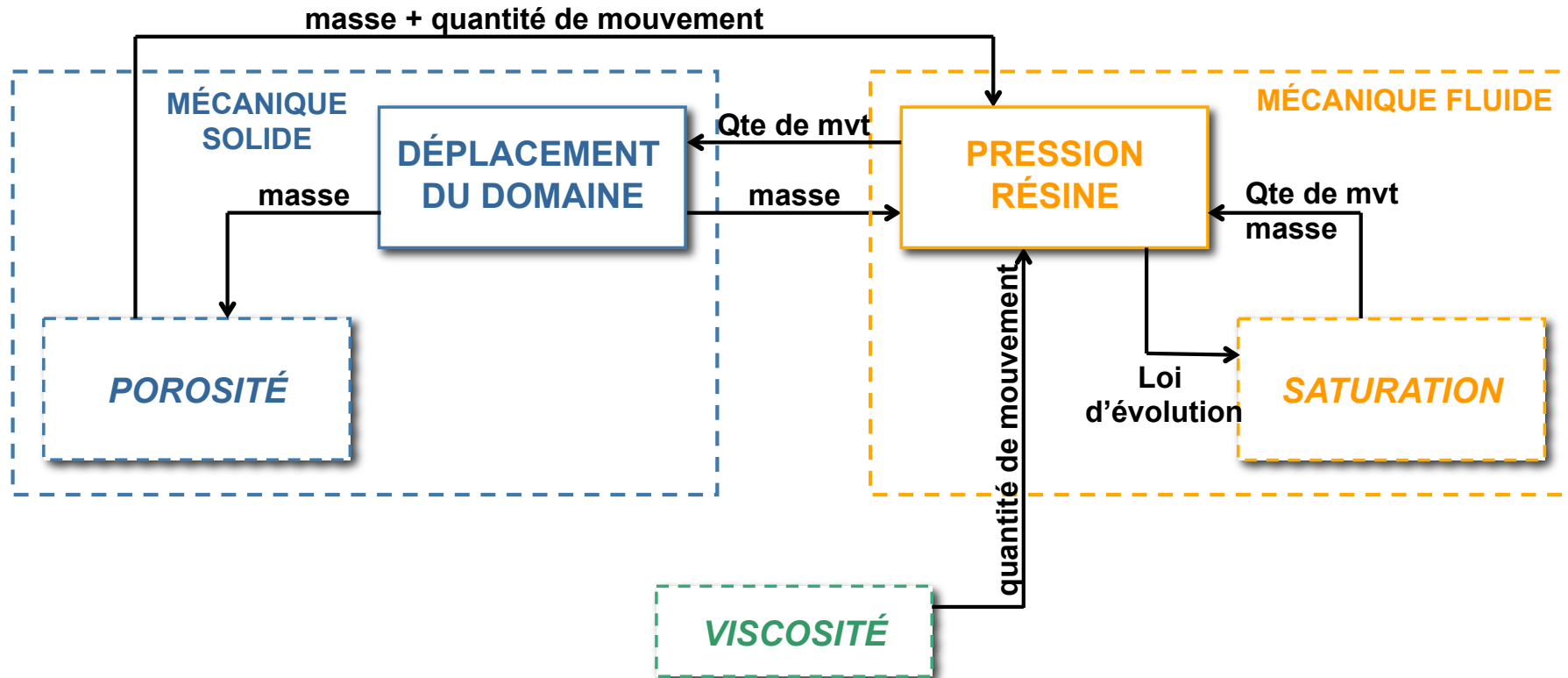
⇒ pris en compte dans les équations de Stokes



Resin Film Infusion

A.2 Modélisation multi-physique (13/18)

Couplage dans la zone intermédiaire : nappes imprégnées



A.2 Modélisation multi-physique (14/18)

Loi de comportement

① - nappes sèches

Comportement élastique non-linéaire des nappes

⇒ non-linéarités géométriques et matériaux

Comportement de la résine : fluide Newtonien Incompressible

⇒ pris en compte dans les équations de Darcy

② - nappes imprégnées

Comportement élastique non-linéaire des nappes

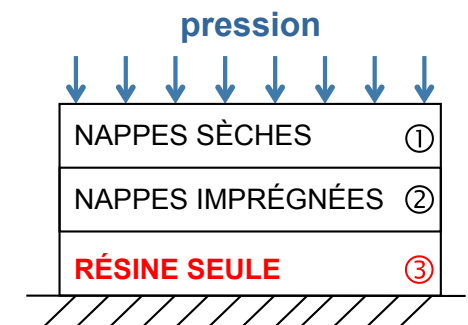
⇒ non-linéarités géométriques et matériaux

⇒ Terzaghi or Biot model

③ - résine seule

Comportement de la résine : fluide Newtonien Incompressible

⇒ pris en compte dans les équations de Stokes



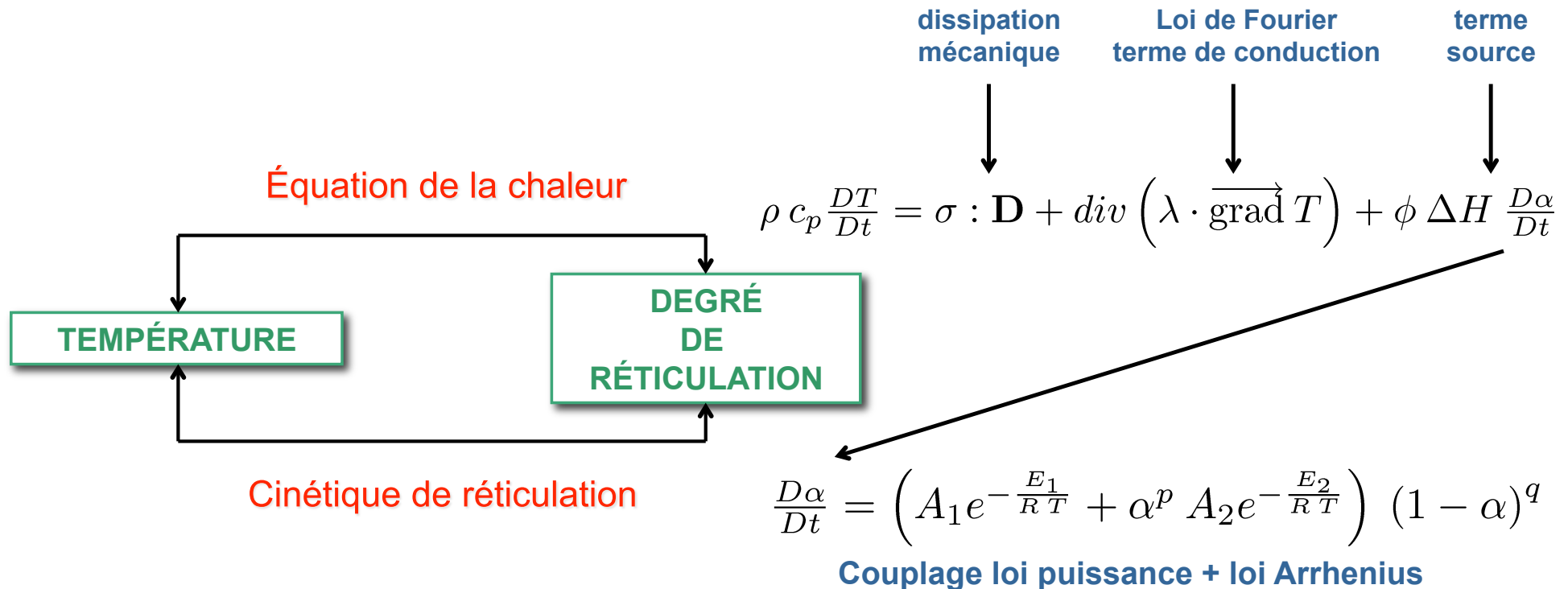
Resin Film Infusion

A.2 Modélisation multi-physique (15/17)

Loi de comportement

Découpage en 3 zones : théorie de l'homogénéisation pour le mélange fibres / résine

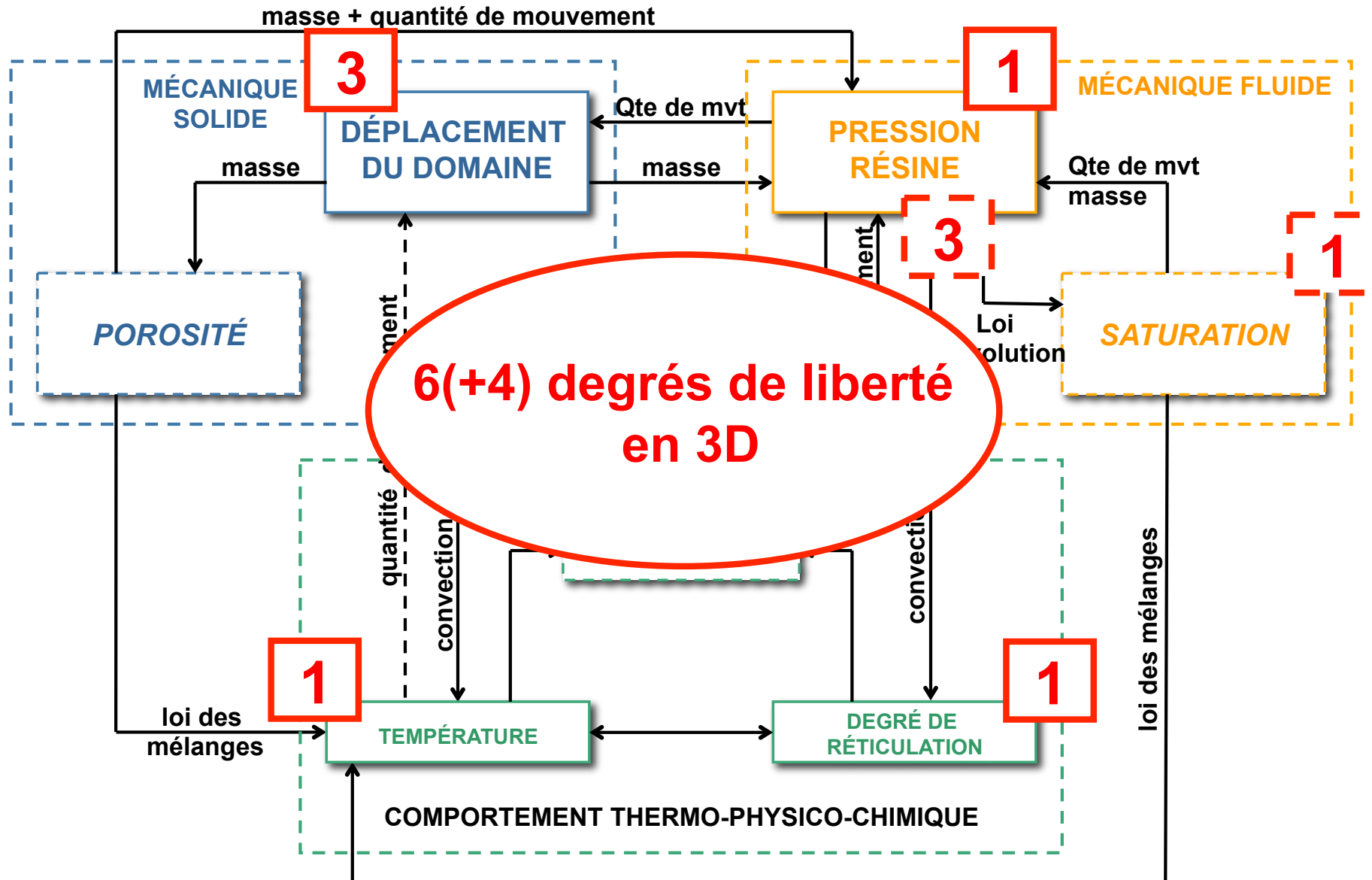
⇒ couplage fort de l'équation de la chaleur avec l'équation de réticulation



Les phénomènes de convection doivent être pris en compte

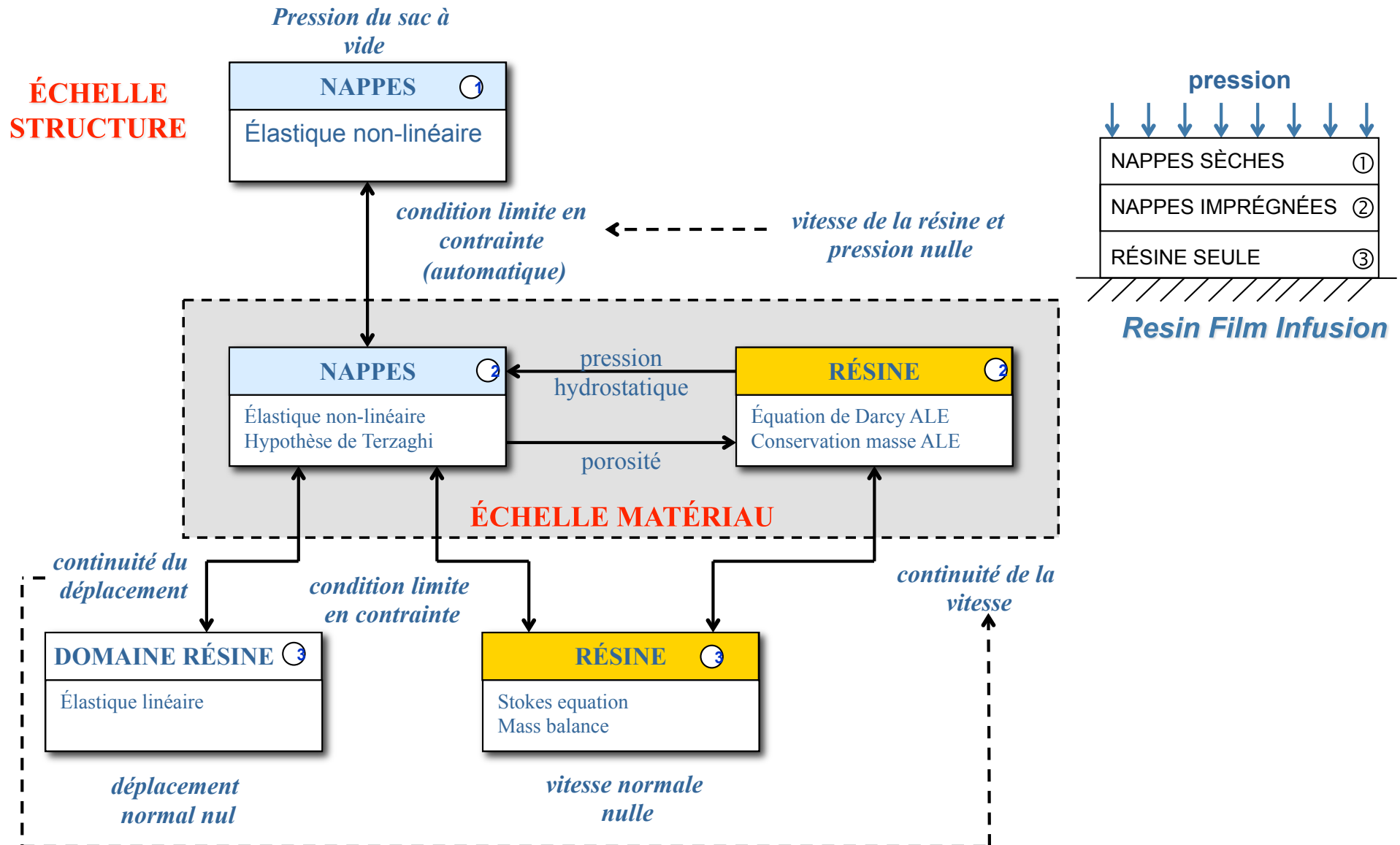
A.2 Modélisation multi-physique (16/17)

Couplage dans la zone intermédiaire : nappes imprégnées



A.2 Modélisation multi-physique (17/18)

Conditions aux limites : exemple RFI



Rappels des objectifs

- Maîtriser les caractéristiques finales de la pièce fabriquée (épaisseur, fractions de fibres, ...)
- Optimiser les paramètres du procédé de façon à maîtriser la fabrication des pièces composites

Difficultés

- ⇒ **Grandes déformations + non-linéarités matériau**
- ⇒ **Couplage mécanique solide / fluide (*déplacement / vitesse*)**

Plan de l'exposé

A. Position des couplages hydro-mécaniques dans les procédés d'élaboration des matériaux composites

1. Les procédés d'élaboration par voie sèche des composites organiques
2. Représentation des couplages en vue de la modélisation de l'infusion

B. Prise en compte des grandes déformations des préformes (thèse P. Celle, 2006)

1. Cadre mécanique – intégration d'un comportement de type Terzaghi
2. Formulation Lagrangienne réactualisée du comportement orthotrope non-linéaire

C. Modélisation de l'écoulement de la résine (thèse P. Celle – 2006, G. Pacquaut - 2010)

1. Rappels des équations de conservation
2. Formulation d'éléments finis stabilisés
3. Suivi du front de fluide

D. Modélisation de l'infusion – couplage Stokes/Darcy

1. Approche découplée / Approche unifiée
2. Simulations numériques / comparaisons avec l'expérience

E. Synthèse - Voies de développement actuelles

Références bibliographiques

B. Prise en compte des grandes déformations des préformes d'élaboration des matériaux composites

1. Cadre mécanique – intégration d'un comportement de type Terzaghi
 - Comportement mécanique des préformes
 - Spécificités des grandes déformations

2. Formulation Lagrangienne réactualisée du comportement orthotrope non-linéaire
 - Formulation Lagrangienne Réactualisée
 - Validation

B. Prise en compte des grandes déformations des préformes d'élaboration des matériaux composites

1. Cadre mécanique – intégration d'un comportement de type Terzaghi

- Comportement mécanique des préformes
- Spécificités des grandes déformations

2. Formulation Lagrangienne réactualisée du comportement orthotrope non-linéaire

- Formulation Lagrangienne Réactualisée
- Validation

Loi de comportement des nappes : problématique

Réponse des renforts secs et imprégnés

= Réponse **orthotrope non-linéaire** du milieu homogène équivalent (échelle méso-macro) + présence de la **résine**

⇒ **TERZAGHI** (1967) (ou *Biot*)

réponse renforts secs

pression de la résine dans la zone de fibre

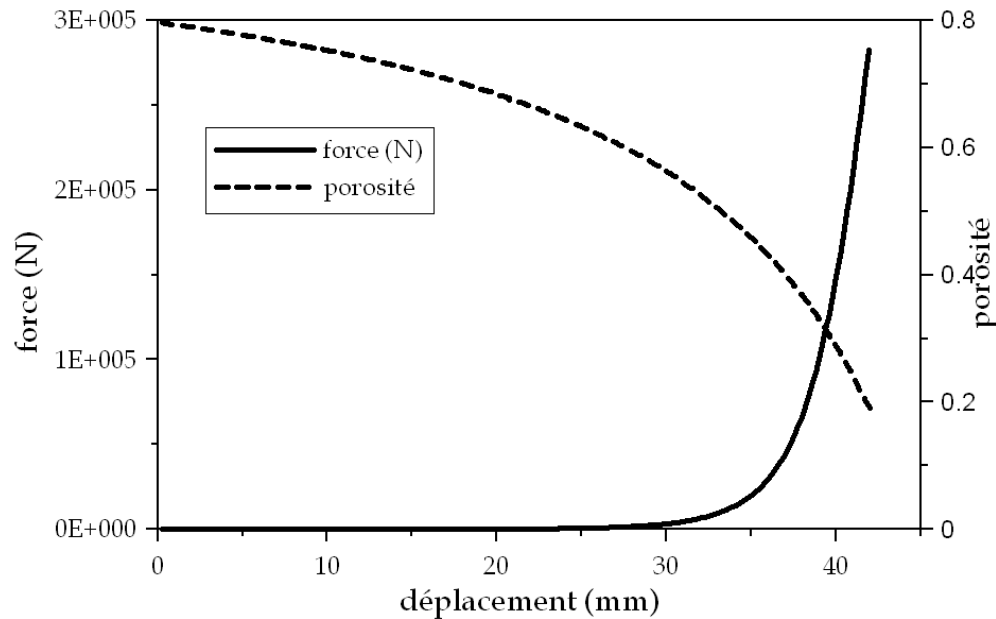
$$\left| \begin{array}{l} \boldsymbol{\sigma}_f(\epsilon) = \boldsymbol{\sigma}_{eff}(\epsilon) - s p_r^f \mathbf{I} \\ \boldsymbol{\sigma}_f(\epsilon) = \boldsymbol{\sigma}_{eff}(\epsilon) \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{dans les préformes humides} \\ \text{dans les préformes sèches} \end{array}$$

saturation

B.1 Comportement mécanique des préformes (2/4)

Loi de comportement des nappes sèches : synthèse de la démarche

Mesures dans l'épaisseur \Rightarrow courbe force / déplacement



1 Loi de comportements 1D

Coefficient de Poisson : connu ou fixé

\Rightarrow Cauchy / logarithmiques

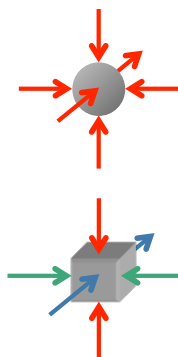
$$\sigma = f(\epsilon)$$

\Rightarrow Piola Kirchhoff / Green Lagrange

$$S = f(E)$$

2 Généralisation 3D

\Rightarrow opérateur de comportement



Isotrope \Rightarrow définition d'un mesure de déformation et de contrainte équivalente

anisotrope \Rightarrow détermination des module longitudinaux
 \Rightarrow calcul des coefficient d'anisotropie

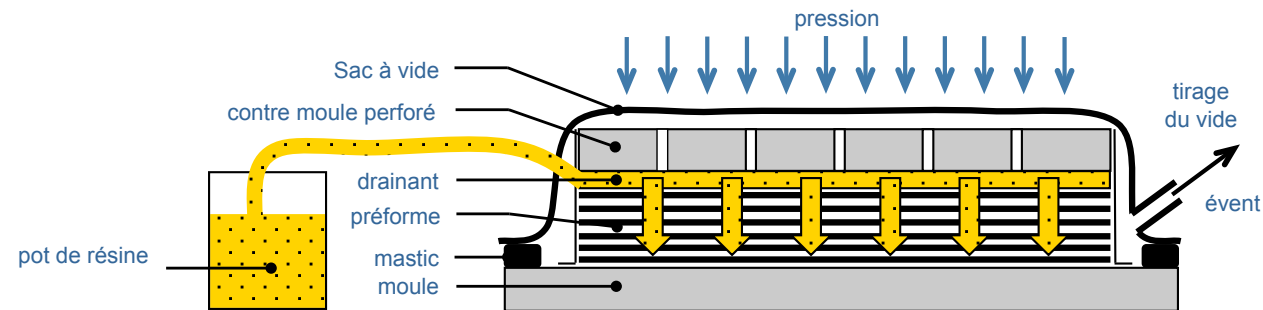
Comportement élastique non-linéaire des nappes

\Rightarrow Hypoélasticité anisotrope en grandes déformations

B.1 Comportement mécanique des préformes (3/4)

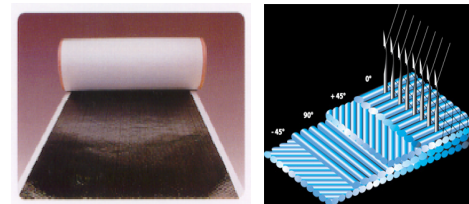
Loi de comportement des nappes sèches

- Epaisseur après infusion = équilibre transitoire des efforts extérieurs et de la réponse des préformes sèches / saturées
- Procédé = préformes sollicitées normalement à leur plan



Nappes =

- renforts disposés dans le plan
- peu épais



Comportement dans l'épaisseur ⇒ **courbe force / déplacement**

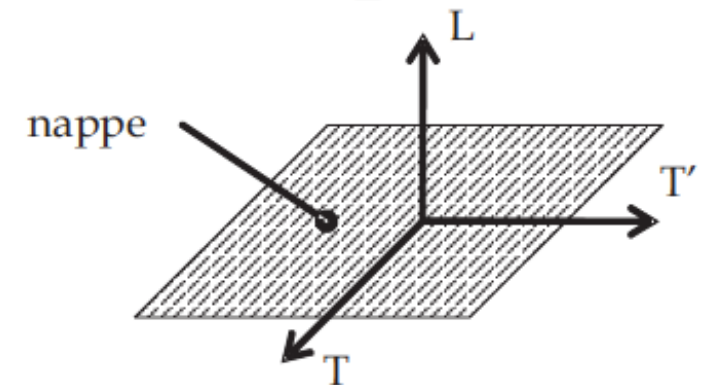
B.1 Comportement mécanique des préformes (4/4)

Comportement isotrope transverse (rigidité)

Réponse non-linéaire

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{C_L} & -\frac{\nu_{LT}}{C_T} & -\frac{\nu_{LT}}{C_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{TL}}{C_T} & \frac{1}{C_T} & -\frac{\nu_{TT'}}{C_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{TL}}{C_T} & -\frac{\nu_{TT'}}{C_T} & \frac{1}{C_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{TT'})}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT'}} \end{bmatrix}$$

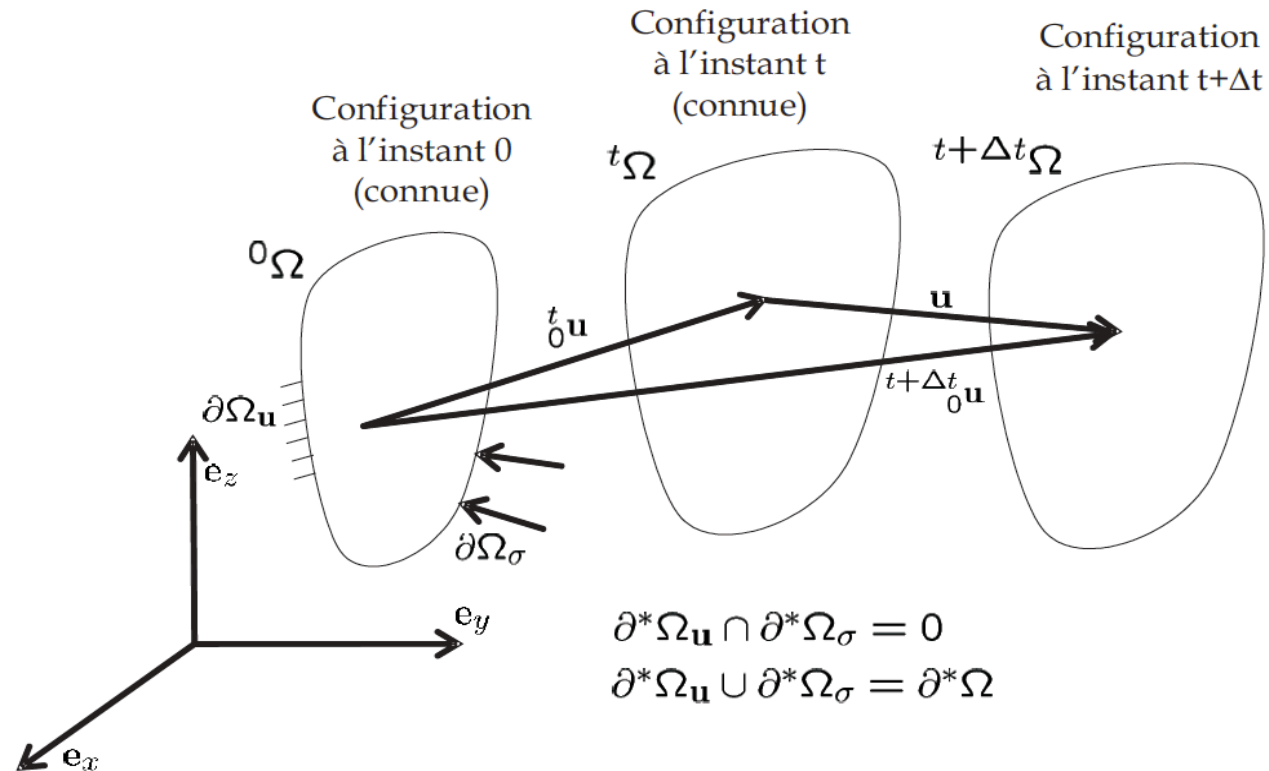
$$\frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T} \text{ et } G_{LT} = \frac{2(1+\nu_{LT})}{E_L}$$



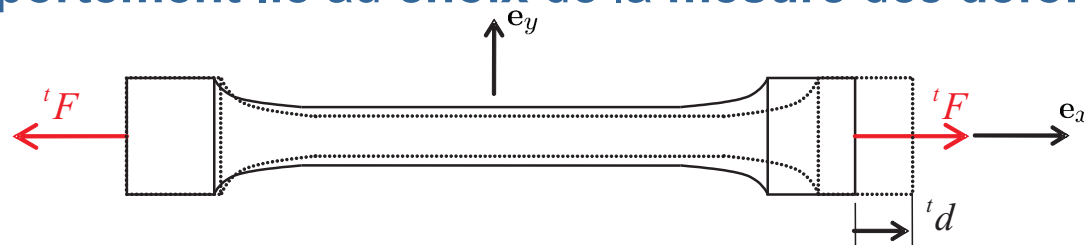
B.1 Spécificités des grandes déformations (1/2)

Cinématique en grandes déformations

- **Grandes transformations =**
 - Grandes déformations
 - Grands déplacements
 - Grandes rotations



- **Modélisation du comportement lié au choix de la mesure des déformations**



B.1 Spécificités des grandes déformations (2/2)

Représentation du comportement transverse en grandes déformations

⇒ choix de la mesure de déformations

$$F = R.U = V.R$$

Configuration Lagrangienne ${}_0\mathbf{C}$	Configuration Eulérienne ${}_t\mathbf{C}$
$\mathbf{E}_\alpha = \frac{1}{\alpha} [{}_0^t\mathbf{U}^\alpha - \mathbf{I}]$ pour $\alpha \neq 0$	$\mathbf{e}_\alpha = \frac{1}{\alpha} [{}_0^t\mathbf{V}^\alpha - \mathbf{I}]$ pour $\alpha \neq 0$
$\mathbf{E}_0 = \ln {}_0^t\mathbf{U} = \frac{1}{2} \ln {}_0^t\mathbf{C}$ avec ${}_0^t\mathbf{C} = {}_0^t\mathbf{F}^T \cdot {}_0^t\mathbf{F}$ Hencky	$\mathbf{e}_0 = \ln {}_0^t\mathbf{V} = \frac{1}{2} \ln {}_0^t\mathbf{B}$ avec ${}_0^t\mathbf{B} = {}_0^t\mathbf{F} \cdot {}_0^t\mathbf{F}^T$
$\mathbf{E}_1 = {}_0^t\mathbf{U} - \mathbf{I}$ conventionnelle ou Biot	$\mathbf{e}_1 = {}_0^t\mathbf{V} - \mathbf{I}$
$\mathbf{E}_2 = \frac{1}{2} [{}_0^t\mathbf{U}^2 - \mathbf{I}] = \frac{1}{2} [{}_0^t\mathbf{C} - \mathbf{I}]$ Green-Lagrange	$\mathbf{e}_{-2} = \frac{1}{2} [\mathbf{I} - {}_0^t\mathbf{V}^2] = \frac{1}{2} [\mathbf{I} - {}_0^t\mathbf{B}]$ Euler-Almansi

⇒ potentiel hyperélastique ou formulation **hypoélastique**

↓
Thermodynamiquement construit
 (Coirier 2001), mais peut être complexe
 (Holzapfel = 24 coeffs. pour
 hyperélasticité orthotrope).

↓
Plus direct à mettre en œuvre, mais
 - vérifications complémentaires
 - écriture en vitesse (visco ...)



On néglige de possibles effets inélastiques (Binetruy *et al.*)

B. Prise en compte des grandes déformations des préformes d'élaboration des matériaux composites

1. Cadre mécanique – intégration d'un comportement de type Terzaghi
 - Comportement mécanique des préformes
 - Spécificités des grandes déformations

2. Formulation Lagrangienne réactualisée du comportement orthotrope non-linéaire

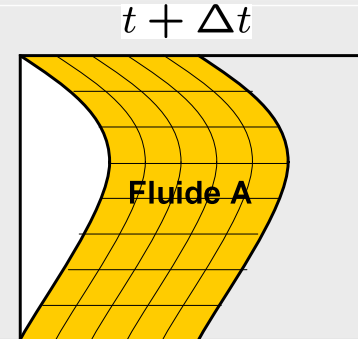
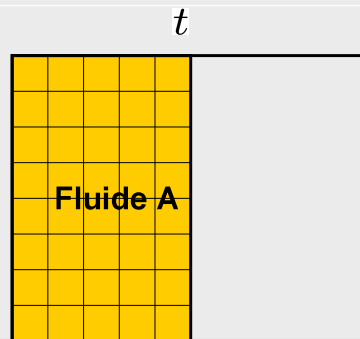
- Formulation Lagrangienne Réactualisée
- Validation

B.2 Formulation Lagrangienne Réactualisée (1/6)

Différents types de Formulations

DOMAINE MATERIEL

- Lagrangienne Totale
- Lagrangienne Réactualisée

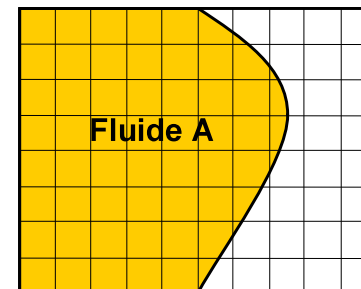
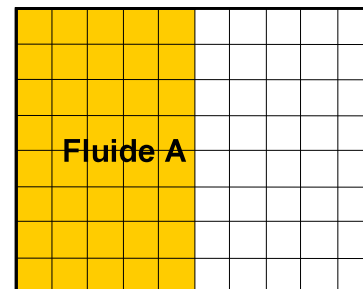


Inconvénients

- modéliser la source de fluide

DOMAINE FIXE

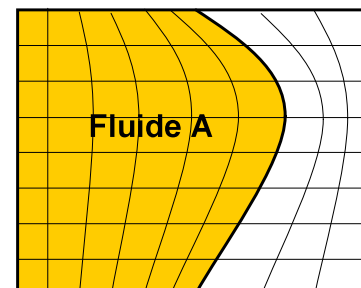
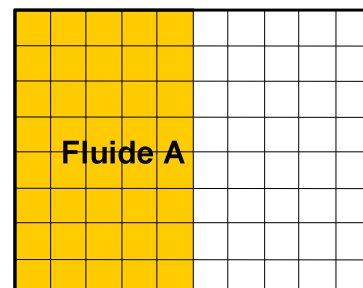
- Formulation Eulérienne



- approximation du front de fluide
- modéliser les changements de propriétés du domaine

DOMAINE DE REFERENCE

- Formulation ALE
- Formulation quasi-Eulérienne



- méthode de déplacement du maillage requise

Formulation Eulérienne

Equilibre mécanique sur la configuration courante

Cauchy

$$\operatorname{div}_{\mathbf{x}} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}^v = \rho(\mathbf{x}, t) \frac{D\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)}{Dt} \rightarrow \text{Conservation de la quantité de mouvement}$$

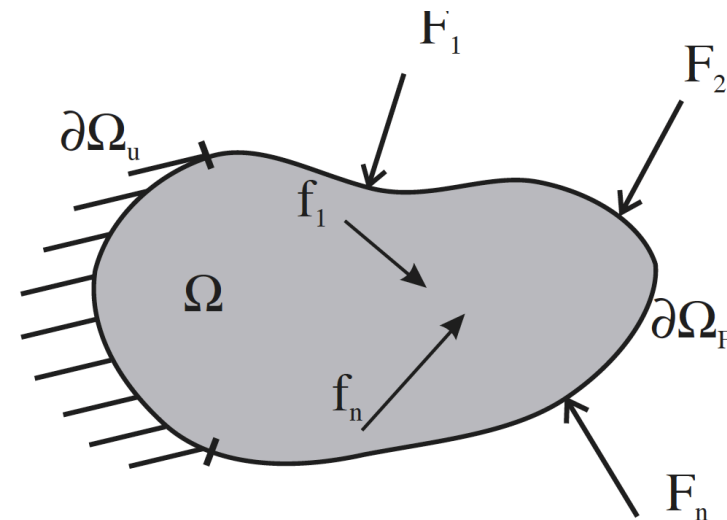
$$\frac{D\rho(\mathbf{x}, t)}{Dt} + \rho \operatorname{div}_{\mathbf{x}} \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = 0 \rightarrow \text{Conservation de la masse}$$

Configuration courante

avec

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^d, \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega_u$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}^s, \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega_F$$



$$\partial\Omega_F \cup \partial\Omega_u = \partial\Omega \quad \text{et} \quad \partial\Omega_F \cap \partial\Omega_u = \emptyset$$

B.2 Formulation Lagrangienne Réactualisée (3/6)

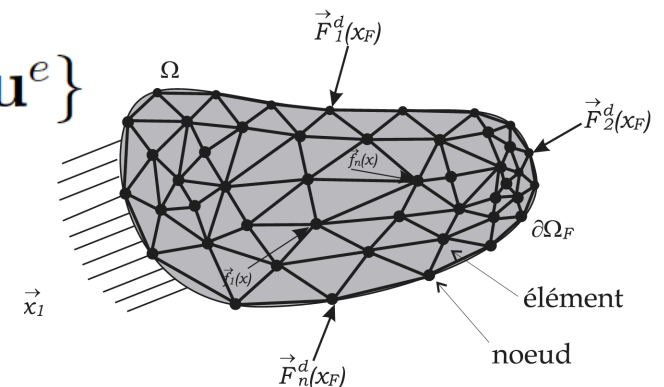
Formulation intégrale faible Lagrangienne

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \mathbf{x} \in \Omega, \forall \delta \mathbf{u} \in E_{\delta \mathbf{u}}, \\ \int_{t\Omega} {}^{t+\Delta t} \mathbf{S} : \delta {}^{t+\Delta t} \mathbf{E} {}^t dv - \int_{t+\Delta t \Omega} {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}^v \cdot \delta \mathbf{u} {}^{t+\Delta t} dv - \int_{\partial^{t+\Delta t} \Omega_F} {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}^s \cdot \delta \mathbf{u} {}^{t+\Delta t} ds = 0 \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}^s, \forall \mathbf{x} \in \partial \Omega_F \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}^d, \forall \mathbf{x} \in \partial \Omega_u \\ E_u = \{ \mathbf{u} \in H^1(\Omega) / \mathbf{u} = \mathbf{u}^d \forall \mathbf{x} \in \partial \Omega_u \} \\ E_{\delta u} = \{ \delta \mathbf{u} \in H^1(\Omega) / \delta \mathbf{u} = 0 \forall \mathbf{x} \in \partial \Omega_u \} \end{array} \right.$$

Config. ou instant de calcul $\rightarrow {}^{t+\Delta t} \mathbf{S}$
 Conifig. pour le calcul $\rightarrow {}^0 \mathbf{S}$

Approximation du déplacement $\{ \mathbf{u} \} = [\mathbf{N}^e] \cdot \{ \mathbf{u}^e \}$

↳ **Éléments finis (de Galerkin)**



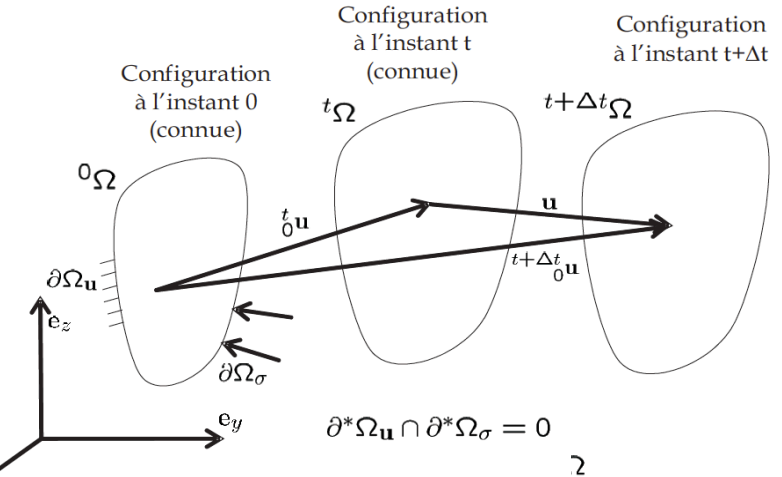
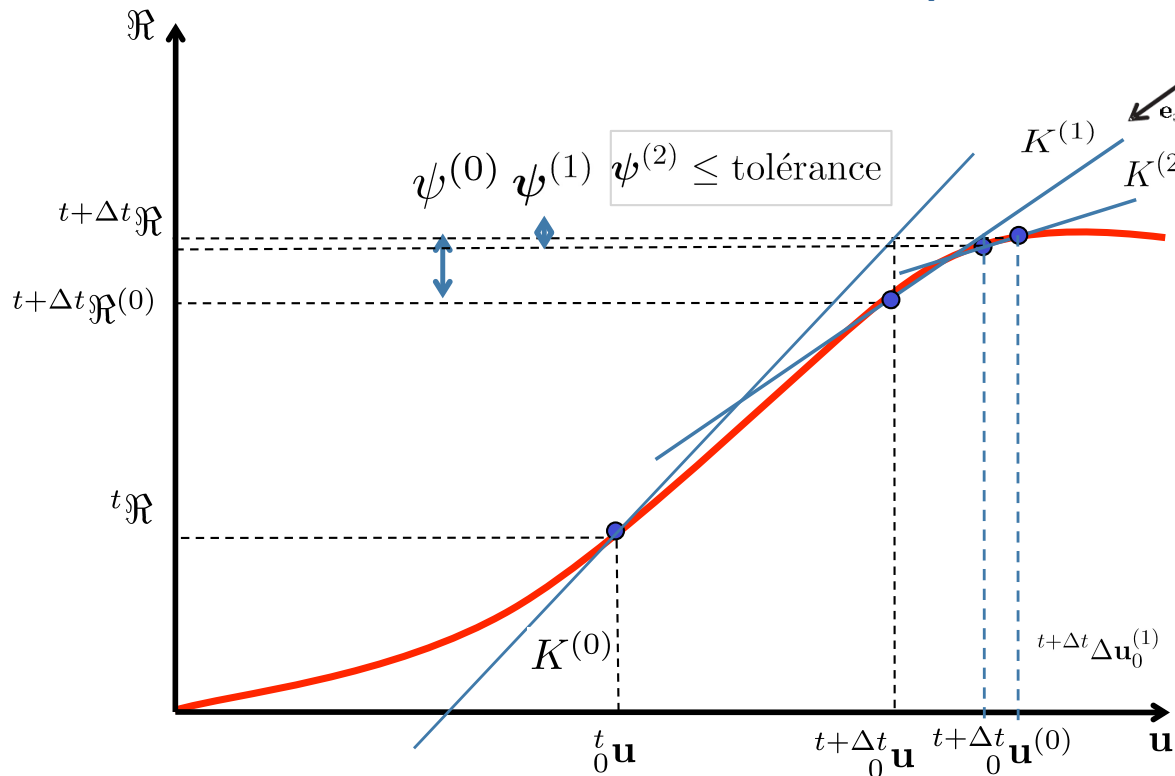
B.2 Formulation Lagrangienne Réactualisée (4/6)

Pratique de la résolution non-linéaire

Comportement élastique non-linéaire des nappes

⇒ Hypoélasticité anisotrope en grandes déformations

Principe : linéarisation du problème non-linéaire entre deux incréments de temps



Principe des travaux virtuels + FEM

⇒ Résidu élémentaire

$$\{\psi^e\} = \int_{{}^t \Omega^e} [\delta_t \mathbf{B}]^T \cdot \{{}^{t+\Delta t} \mathbf{S}\} {}^t dv - \{{}^{t+\Delta t} \mathcal{R}\}$$

⇒ Matrice tangente élémentaire

Assemblage

Résolution itérative tant que le critère de convergence n'est pas vérifié

- Déformations non-linéaires de Green-Lagrange

$$\begin{aligned} \{\mathbf{E}\} &= \{\boldsymbol{\varepsilon}\} + \{\boldsymbol{\mu}\} \\ &= [\mathbf{B}_L^e] \cdot \{\mathbf{u}^e\} + \frac{1}{2}[\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{G}^e] \cdot \{\mathbf{u}^e\} \end{aligned}$$

- Loi de comportement non-linéaire (sécante et tangente)

$$\begin{aligned} \{^{t+\Delta t}_t \mathbf{S}\} &= [{}^t \mathbf{C}_s] \cdot \{^{t+\Delta t}_t \mathbf{E}\} = [{}^t \mathbf{C}_s] \cdot [{}^t \mathbf{B}] \cdot \{\mathbf{u}^e\} \\ \{d^{t+\Delta t}_t \mathbf{S}\} &= [{}^t \mathbf{C}_t] \cdot \{d^{t+\Delta t}_t \mathbf{E}\} = [{}^t \mathbf{C}_t] \cdot [\delta_t \mathbf{B}] \cdot d\{\mathbf{u}^e\} \end{aligned}$$

- **Incrément de résidu élémentaire** (en l'absence de forces suiveuses – en pratique géométrie actualisée)

$$d\{\psi^e\} = \int_{t\Omega^e} [{}^t \mathbf{G}^e]^T \cdot [{}^{t+\Delta t}_t \tilde{\mathbf{S}}] \cdot [{}^t \mathbf{G}^e] \cdot d\{\mathbf{u}^e\} {}^t dv + \int_{t\Omega^e} [\delta_t \mathbf{B}]^T \cdot [{}^t \mathbf{C}_t] \cdot [\delta_t \mathbf{B}] \cdot d\{\mathbf{u}^e\} {}^t dv$$

$$[\mathbf{K}_G^e] = \int_{t\Omega^e} [{}^t \mathbf{G}^e]^T \cdot [{}^{t+\Delta t}_t \tilde{\mathbf{S}}] \cdot [{}^t \mathbf{G}^e] {}^t dv \quad \text{Rigidité initiale}$$

$$[\mathbf{K}_L^e] = \int_{t\Omega^e} [{}^t \mathbf{B}_L^e]^T \cdot [{}^t \mathbf{C}_t] \cdot [{}^t \mathbf{B}_L^e] {}^t dv \quad \text{Rigidité linéaire (classique HPP)}$$

Rigidité non-linéaire

$$[\mathbf{K}_{NL}^e] = \int_{t\Omega^e} [{}^t \mathbf{B}_L^e]^T \cdot [{}^t \mathbf{C}_t] \cdot [{}^t \mathbf{B}_{NL}^e] {}^t dv + \int_{t\Omega^e} [{}^t \mathbf{B}_{NL}^e]^T \cdot [{}^t \mathbf{C}_t] \cdot [{}^t \mathbf{B}_L^e] {}^t dv + \int_{t\Omega^e} [{}^t \mathbf{B}_{NL}^e]^T \cdot [{}^t \mathbf{C}_t] \cdot [{}^t \mathbf{B}_{NL}^e] {}^t dv$$

B.2 Formulation Lagrangienne Réactualisée (6/6)

Remarques sur la Formulation Lagrangienne Réactualisée

Formulation Lagrangienne Réactualisée

⇒ Résidu élémentaire

$$\int_{t_+ \Omega^e} [\delta_{t_+} \mathbf{B}]^T \cdot \{ \overset{t+\Delta t}{t_+} \mathbf{S} \}^{t_+} dv - \{ \overset{t+\Delta t}{t_+} \mathbf{R} \}$$

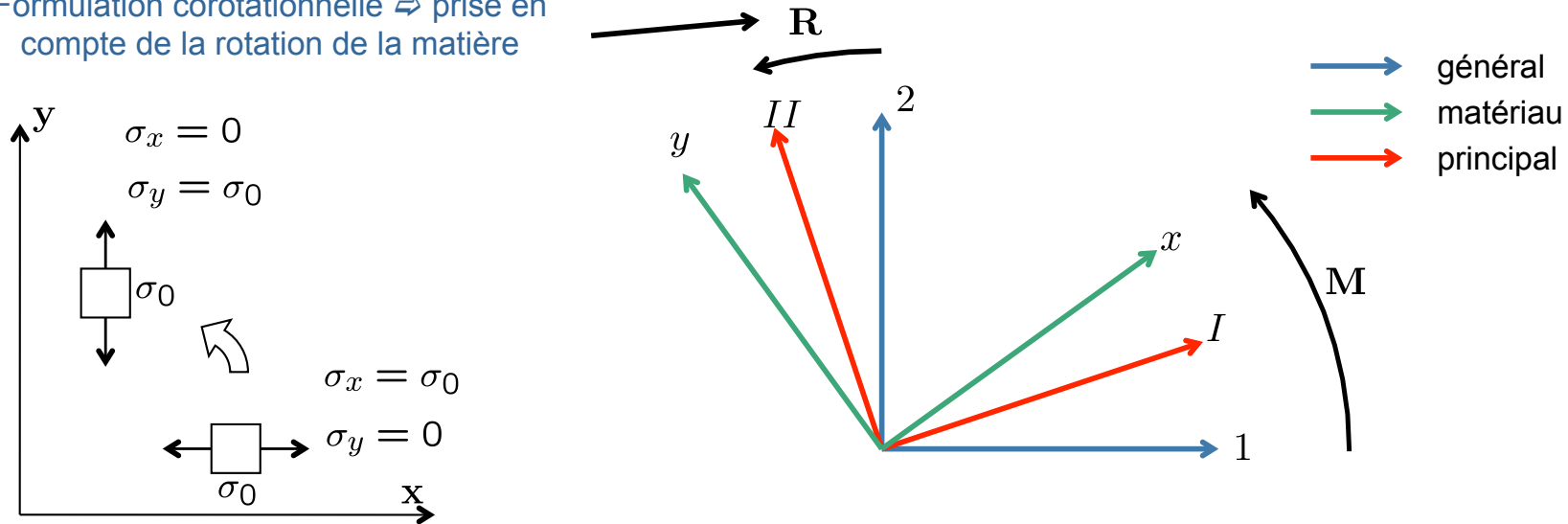
t_+ désigne la dernière configuration
 $\overset{t+\Delta t}{t_+} \mathbf{S} \rightarrow \overset{t+\Delta t}{t_+} \sigma$

⇒ Matrice tangente élémentaire

$$\int_{t_+ \Omega^e} [{}_{t_+} \mathbf{G}^e]^T \cdot [{}_{t_+} \overset{t+\Delta t}{t_+} \tilde{\mathbf{S}}] \cdot [{}_{t_+} \mathbf{G}^e]^{t_+} dv + \int_{t_+ \Omega^e} [\delta_{t_+} \mathbf{B}]^T \cdot [{}_{t_+} \mathbf{C}_t] \cdot [\delta_{t_+} \mathbf{B}]^{t_+} dv$$

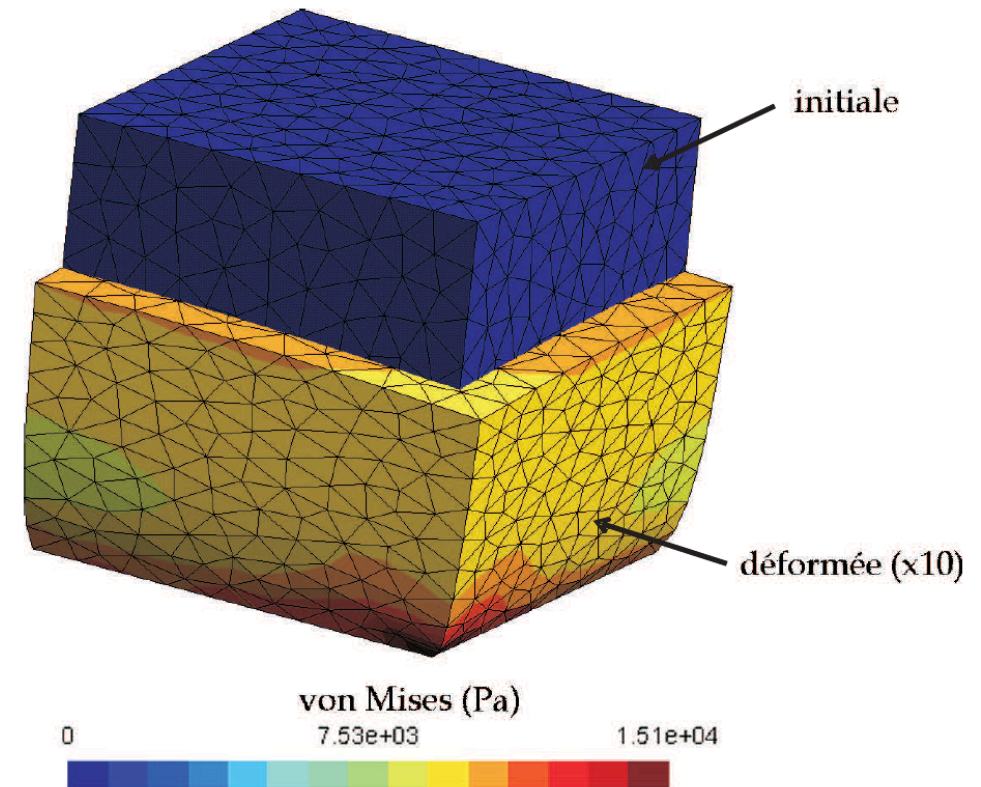
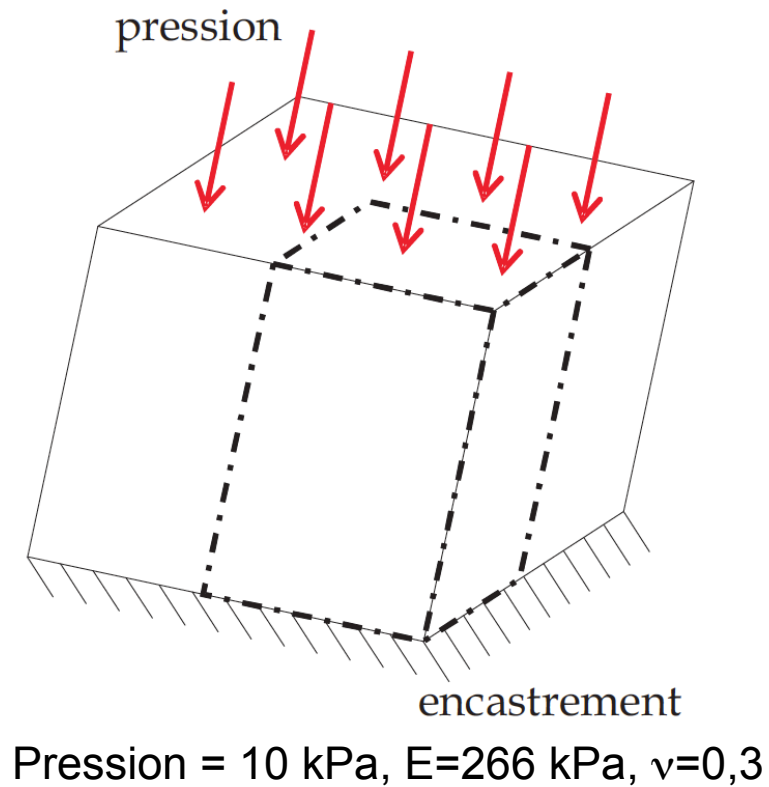
Intégration directe du modèle de Terzaghi (contrainte de Cauchy)

Formulation corotationnelle ⇒ prise en compte de la rotation de la matière



B.2 Validation, y compris Terzaghi. (1/6)

Validation de l'implémentation



Remaillage si nécessaire

B.2 Validation, y compris Terzaghi. (2/6)

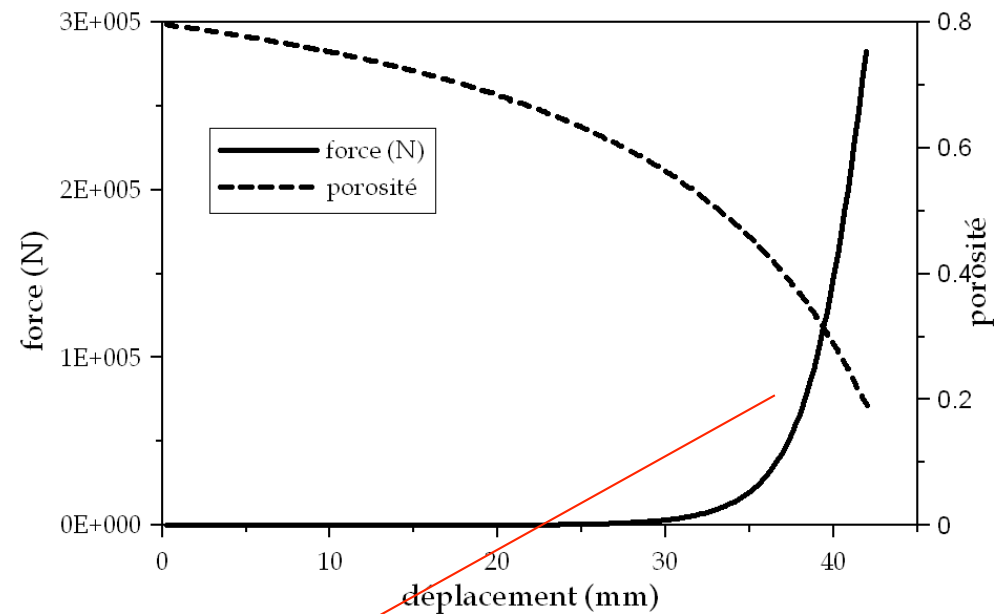
Loi de comportement non-linéaire des nappes

1 Loi de comportements 1D

Mesures dans l'épaisseur

⇒ courbe force / déplacement

$$d_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} \mathbf{S} = {}_t \mathbb{C}_t : d_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} \mathbf{E} \Leftrightarrow d^{t+\Delta t} \boldsymbol{\sigma} = {}_{t+\Delta t} \mathbb{C}_t : d_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\epsilon}$$



2 Généralisation 3D

⇒ opérateur de comportement

+ comportement tangent

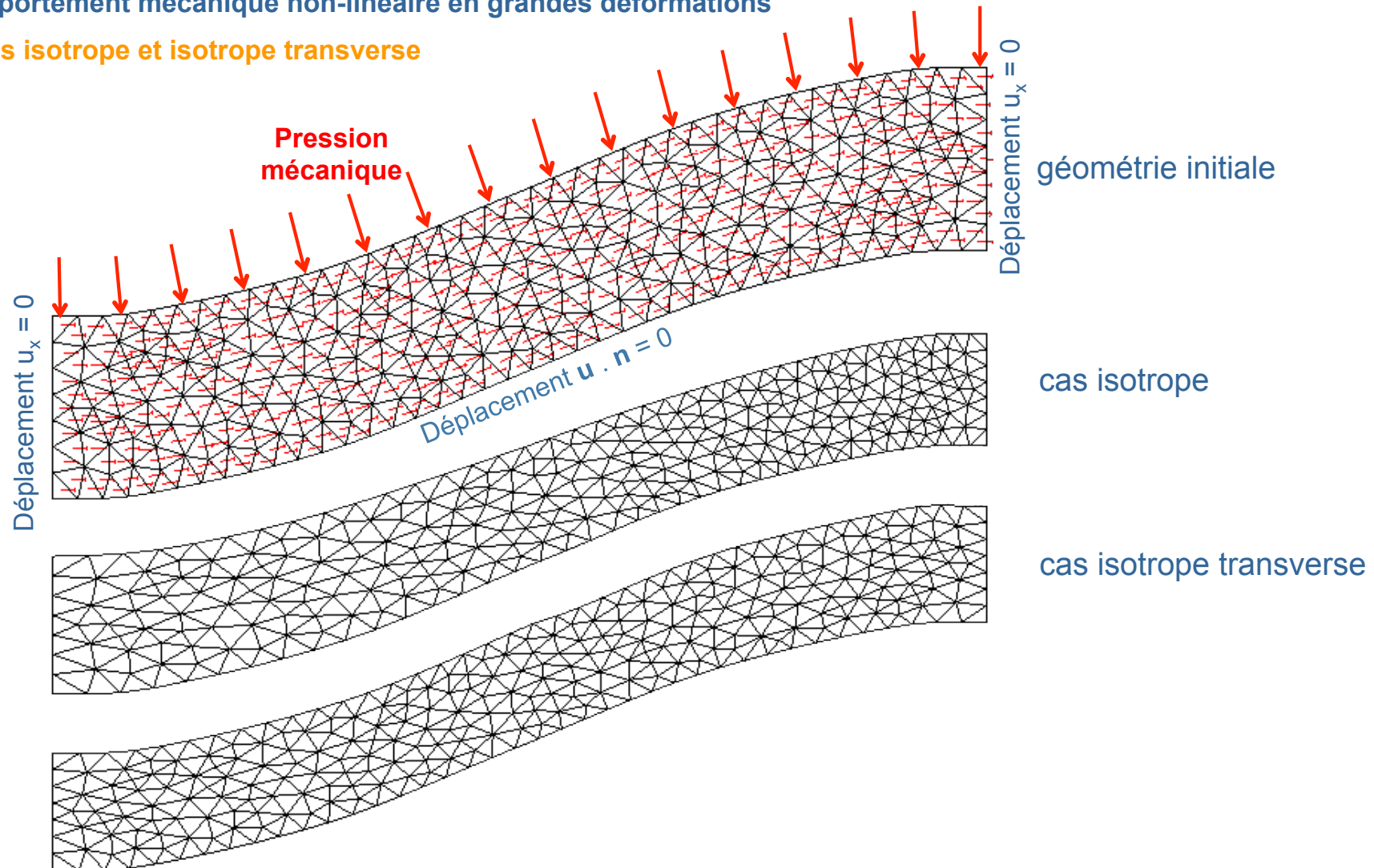
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{C_L} & -\frac{\nu_{LT}}{C_T} & -\frac{\nu_{LT}}{C_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{TL}}{C_T} & \frac{1}{C_T} & -\frac{\nu_{TT'}}{C_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{TL}}{C_T} & -\frac{\nu_{TT'}}{C_T} & \frac{1}{C_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{TT'})}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT'}} \end{bmatrix}$$

B.2 Validation, y compris Terzaghi. (3/6)

Comportement des préformes)

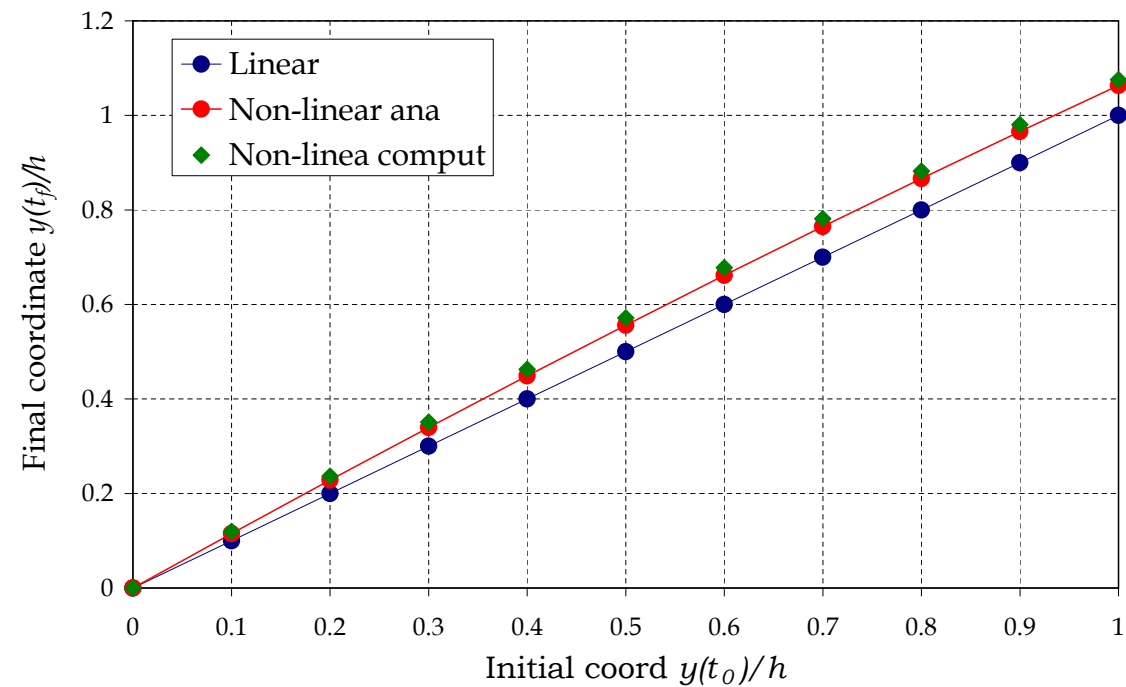
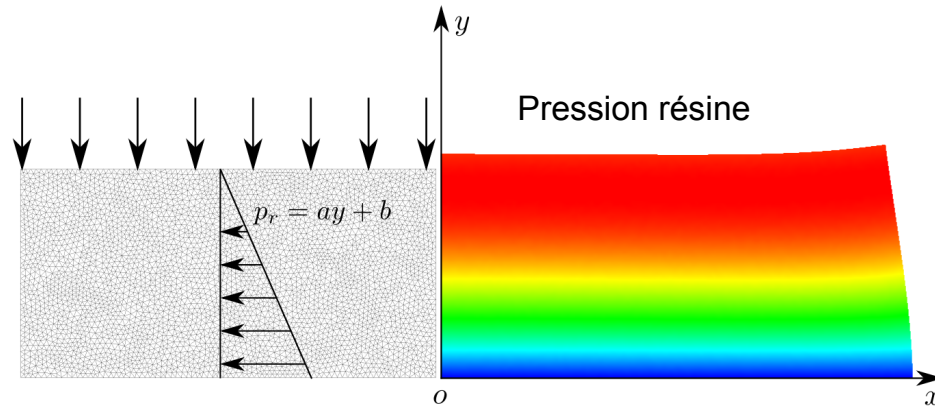
Comportement mécanique non-linéaire en grandes déformations

⇒ cas isotrope et isotrope transverse



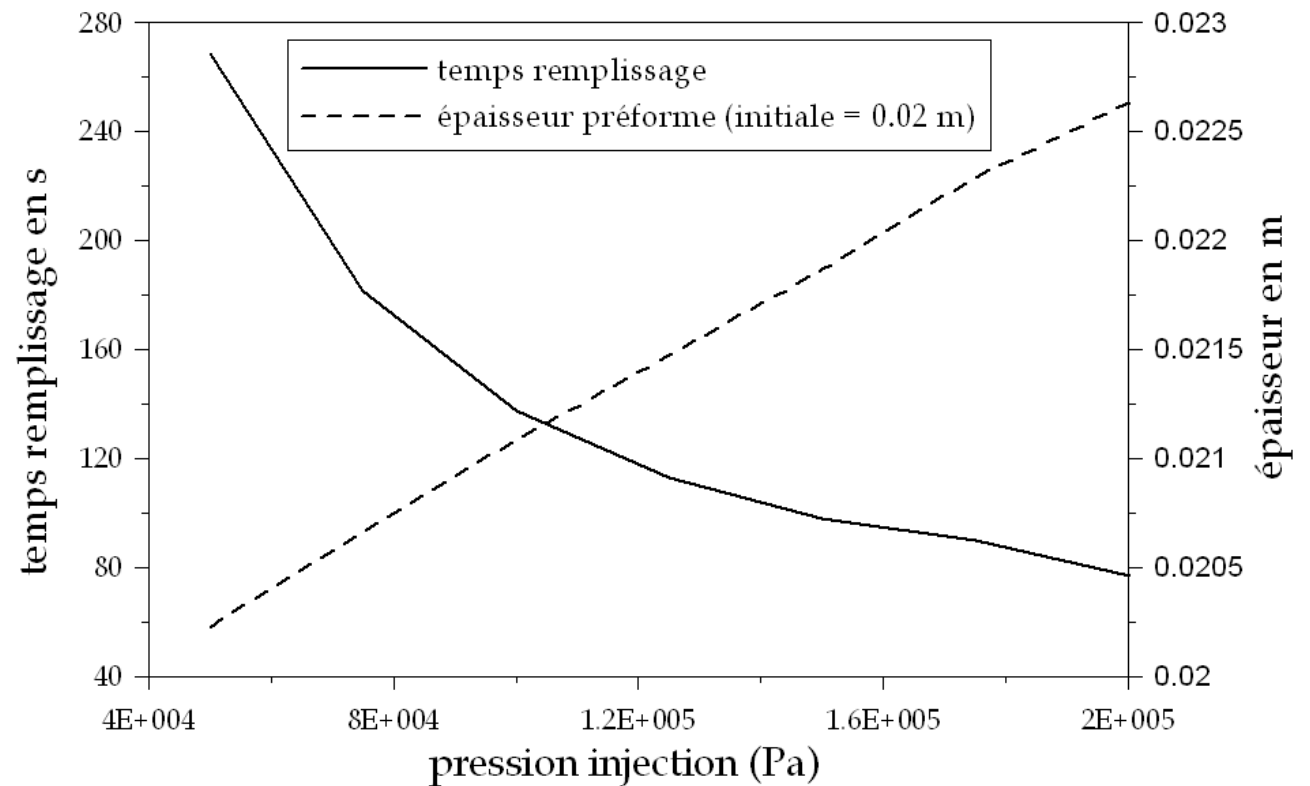
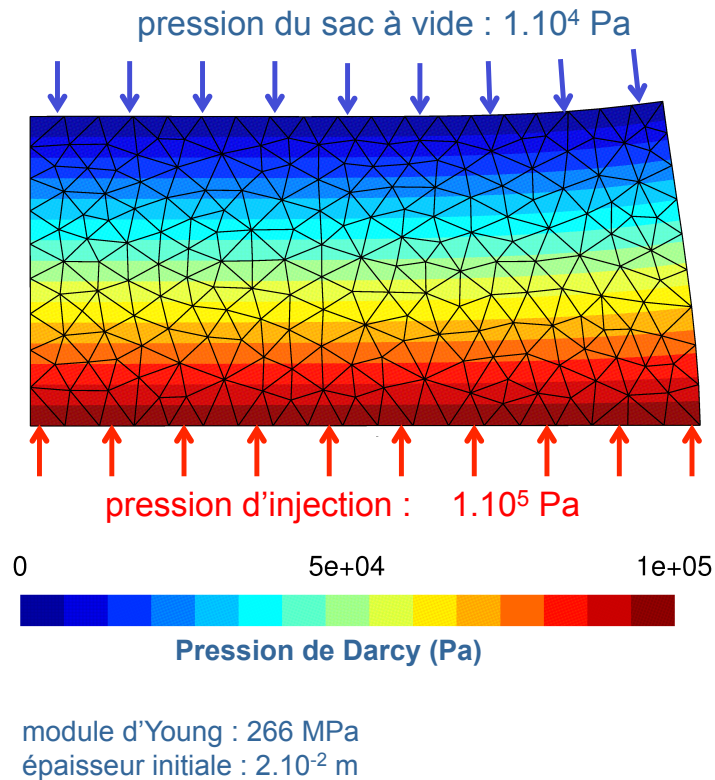
B.2 Validation, y compris Terzaghi. (5/6)

Validation de Terzaghi de l'influence de la résine sur le comportement



B.2 Validation, y compris Terzaghi. (5/6)

Première simulation : injection sous sac à vide



B.2 Validation, y compris Terzaghi. (6/6)

Première simulation : injection sous sac à vide

- Comportement isotrope transverse non-linéaire
- Perméabilité orthotrope

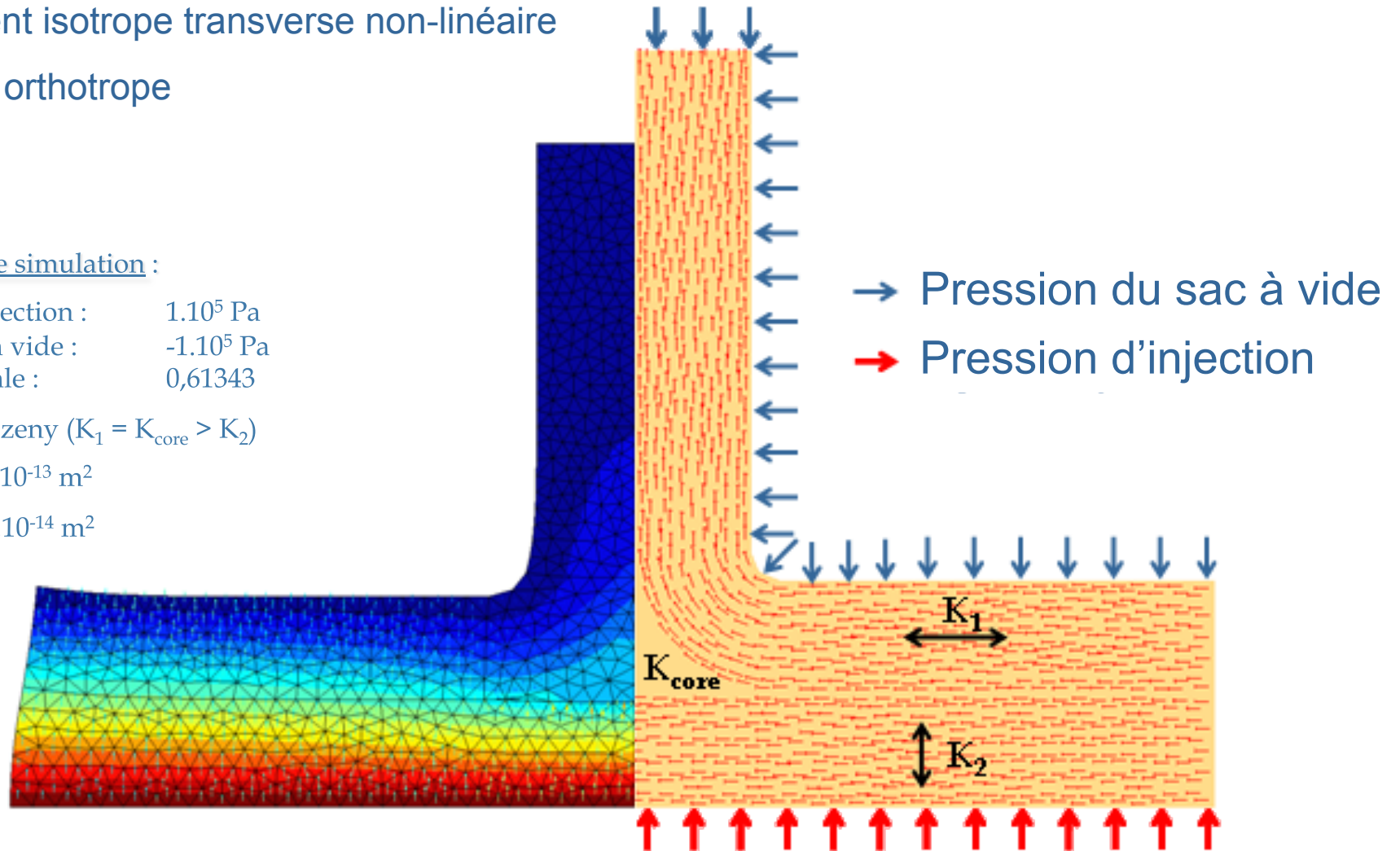
Conditions de simulation :

Pression d'injection : 1.10^5 Pa
Pression sac à vide : -1.10^5 Pa
Porosité initiale : 0,61343

Constante Kozeny ($K_1 = K_{\text{core}} > K_2$)

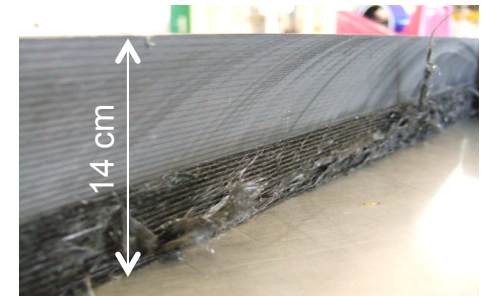
$K_{1 \text{ initial}} = 2,41.10^{-13} \text{ m}^2$

$K_{2 \text{ initial}} = 2,41.10^{-14} \text{ m}^2$



Rappels des objectifs

- Maîtriser les caractéristiques finales de la pièce fabriquée (épaisseur, fractions de fibres, ...)
- Optimiser les paramètres du procédé de façon à maîtriser la fabrication des pièces composites



Difficultés

⇒ **Grandes déformations + non-linéarités matériau - VALIDE**

⇒ **Couplage mécanique solide / fluide (*déplacement / vitesse*)**

Plan de l'exposé

A. Position des couplages hydro-mécaniques dans les procédés d'élaboration des matériaux composites

1. Les procédés d'élaboration par voie sèche des composites organiques
2. Représentation des couplages en vue de la modélisation de l'infusion

B. Prise en compte des grandes déformations des préformes (thèse P. Celle, 2006)

1. Cadre mécanique – intégration d'un comportement de type Terzaghi
2. Formulation Lagrangienne réactualisée du comportement orthotrope non-linéaire

C. Modélisation de l'écoulement de la résine (thèse P. Celle - 2006, G. Pacquaut - 2010)

1. Rappels des équations de conservation
2. Formulation d'éléments finis stabilisés
3. Suivi du front de fluide

D. Modélisation de l'infusion – couplage Stokes/Darcy

1. Approche découplée / Approche unifiée
2. Simulations numériques / comparaisons avec l'expérience

E. Synthèse - Voies de développement actuelles

Références bibliographiques

C. Modélisation de l'écoulement de la résine

1. Rappels des équations de conservation

- Contexte de la modélisation des écoulements
- Problèmes de Stokes et de Darcy

2. Formulation d'éléments finis stabilisés

- Gestion de l'incompressibilité
- Mini-élément P1+/P1

3. Suivi du front de fluide

- Principales méthodes de représentation du front
- Méthode *Level-Set*

C. Modélisation de l'écoulement de la résine

1. Rappels des équations de conservation

- Contexte de la modélisation des écoulements
- Problèmes de Stokes et de Darcy

2. Formulation d'éléments finis stabilisés

- Gestion de l'incompressibilité
- Mini-élément P1+/P1

3. Suivi du front de fluide

- Principales méthodes de représentation du front
- Méthode *Level-Set*

Modélisation de l'écoulement de la résine dans et en dehors des préformes

- Ecoulement dans les préformes =
écoulement dans un milieu poreux **DARCY**
- Ecoulement dans le drainant / zone fluide =
comportement du fluide **NAVIER-STOKES**
- Suivi du front de fluide

Représenter l'écoulement

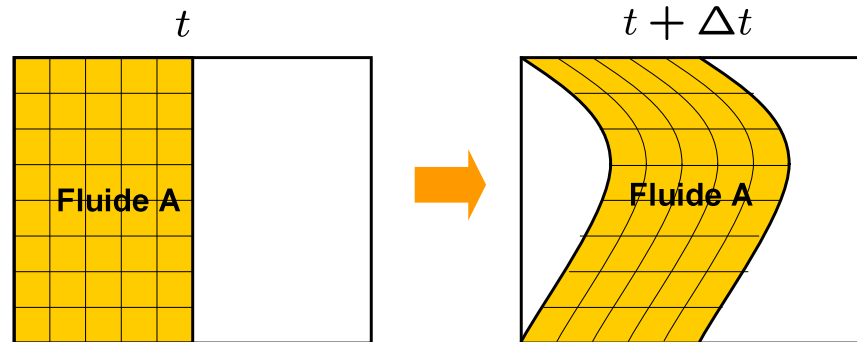


- calcul précis de la **pression (Terzaghi)**
- calcul précis de la **cinématique** (évolution de la zone fluide)
- **conservation de la masse**
- **suivi du front de fluide**

Différents types de Formulations

DOMAINE MATERIEL

- Lagrangienne Totale
- Lagrangienne Réactualisée

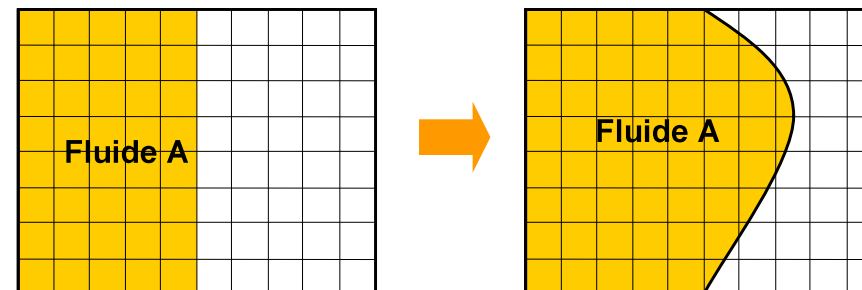


Inconvénients

- modéliser la source de fluide

DOMAINE FIXE

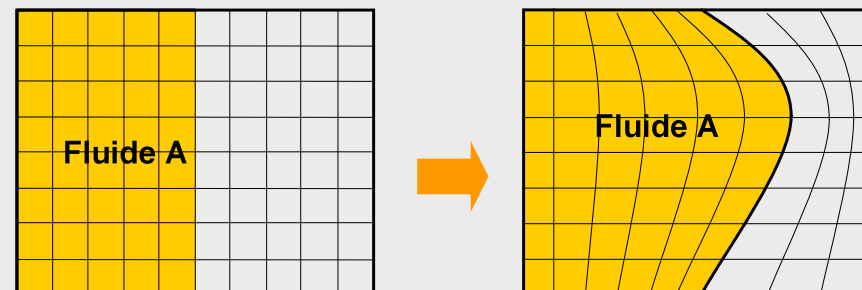
- Formulation Eulérienne



- approximation du front de fluide
- modéliser les changements de propriétés du domaine

DOMAINE DE REFERENCE

- Formulation ALE
- Formulation quasi-Eulérienne



- méthode de déplacement du maillage requise

Écoulements représentés par Stokes

Écoulement libre de la résine – hypothèses

- Résine \Leftrightarrow fluide newtonien incompressible de viscosité η
- Nombre de Reynolds faible \rightarrow forces d'inertie négligées \rightarrow Stokes

trouver \mathbf{v} et p en tout point $\mathbf{x} \in \Omega$ tel que

$$\operatorname{div} (2 \eta \mathbf{D}(\mathbf{v})) - \nabla p = 0$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t} \text{ sur } \partial\Omega_{\mathbf{t}}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^d \text{ sur } \partial\Omega_{\mathbf{v}}$$

$$\mathbf{v} \in C^2(\Omega) \text{ et } p \in C^1(\Omega)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + \nabla^T \mathbf{v})$$

tenseur des vitesses de déformation

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = 2 \eta \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) - p(\mathbf{x}, t) \mathbf{I}$$

C.1 Problèmes de Stokes et de Darcy (2/3)

Écoulements de Darcy

Écoulement de la résine dans les préformes – hypothèses

- préformes \Leftrightarrow milieux poreux (comportement méso équivalent)
- Reynolds faible \rightarrow forces d'inertie négligées \rightarrow **Darcy (au lieu de Brinkman)**

trouver $\bar{\mathbf{v}}$ et p en tout point $\mathbf{x} \in \Omega$ tel que

$$\frac{\eta}{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{v}} + \nabla p = 0$$

$$\operatorname{div} \bar{\mathbf{v}} = 0$$

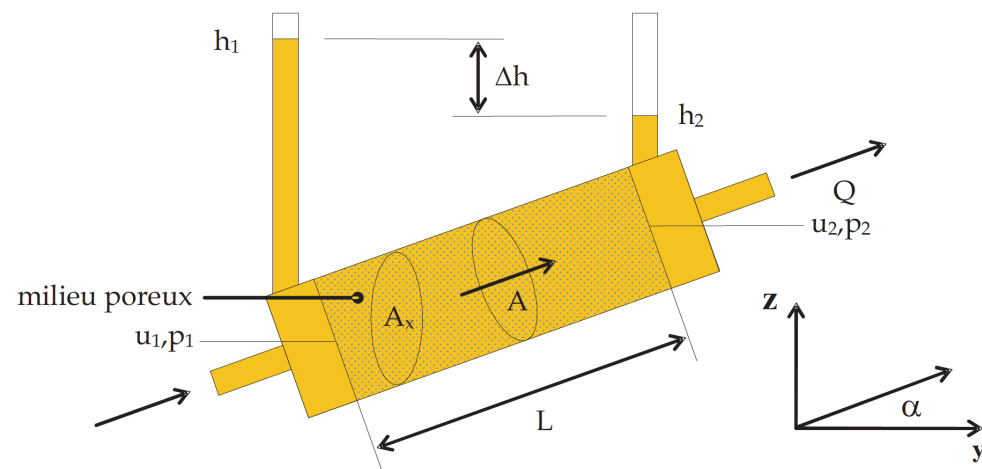
Equation de Richards
(en pression)

$\bar{\mathbf{v}}$ vitesse en fût vide - macroscopique
 \mathbf{K} = tenseur de perméabilité

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t} \text{ sur } \partial\Omega_t$$

$$\bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{v}}^d \text{ sur } \partial\Omega_v$$

$$\bar{\mathbf{v}} \in C^1(\Omega) \text{ et } p \in C^1(\Omega)$$



Formulation éléments finis

- Formulation faible mixte vitesse-pression

$$\begin{aligned} & \forall \delta \mathbf{v} \in E_{\delta \mathbf{v}}, \forall \delta p, \\ & \int_{\Omega} 2 \eta \mathbf{D}(\delta \mathbf{v}) : \mathbf{D}(\mathbf{v}) \, dv - \int_{\Omega} p \operatorname{div} \delta \mathbf{v} \, dv = \underbrace{\int_{\partial \Omega_t} \eta \delta \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, ds - \int_{\partial \Omega_t} p \delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, ds}_{\int_{\partial \Omega_t} \delta \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \, ds} \\ & \int_{\Omega} \delta p \operatorname{div} \mathbf{v} \, dv = 0 \\ & \delta \mathbf{v} \in E_{\delta \mathbf{v}} = \{ \delta \mathbf{v} \in H^1(\Omega) / \delta \mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ sur } \partial \Omega_{\mathbf{v}} \} \\ & \mathbf{v} \in E_{\mathbf{v}} = \{ \mathbf{v} \in H^1(\Omega) / \mathbf{v} = \mathbf{v}^d \text{ sur } \partial \Omega_{\mathbf{v}} \} \end{aligned}$$

- Discrétisation (proposition : même interpolation pour les 2 champs)

$$\{ \mathbf{v}^h(\mathbf{x}) \} = \sum_{i=1}^{n_{\mathbf{v}}^e} [N_i^e(\mathbf{x})] \{ \mathbf{v}_i^h \} \quad p^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n_p^e} M_i^e(\mathbf{x}) p_i^h$$

C. Modélisation de l'écoulement de la résine

1. Rappels des équations de conservation

- Contexte de la modélisation des écoulements
- Problèmes de Stokes et de Darcy

2. Formulation d'éléments finis stabilisés

- Gestion de l'incompressibilité
- Mini-élément P1+/P1

3. Suivi du front de fluide

- Principales méthodes de représentation du front
- Méthode *Level-Set*

De la formulation mixte, on obtient

Matrice de **raideur** Matrice d'**incompressibilité**

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{rd}] & [\mathbf{K}_{ic}]^T \\ [\mathbf{K}_{ic}] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{v}\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{F}\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

- terme nul sur la diagonale \Leftrightarrow problèmes d'inversion
- choix des interpolations \rightarrow **Condition « inf-sup »** ou **LBB**

Gestion de l'incompressibilité (vaste sujet !)

C.2 Gestion de l'incompressibilité (2/4)

Problème générique

- **Signification de l'incompressibilité** (dans un solide)

$$\operatorname{div} \mathbf{u} + \frac{p}{\kappa} = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \mathbf{u} \searrow 0 \text{ si } \kappa \nearrow \infty$$

κ : coefficient de compressibilité hydrostatique

- **Méthode de pénalité, intégration réduite (1980)**
- **Multiplicateurs de Lagrange, Lagrangien augmenté (1990)**
- **Condition de Brezzi-Babuska (Brezzi, 1983)**
- **Mini-Elément, méthodes *sub-grid scale*, ... (1990, 2000)**

C.2 Gestion de l'incompressibilité (3/4)

- **Méthode de pénalité** (conditionnement matrice médiocre)

$$\alpha \operatorname{div} \mathbf{v} + p = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \text{ si } \alpha \nearrow \quad (\alpha \in [10^7, 10^9] \text{ ou } \alpha \gg \max(K_{ij}))$$

pour Stokes

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \delta \mathbf{v} \in E_{\delta \mathbf{v}}, \\ \int_{\Omega} 2 \eta \mathbf{D}(\delta \mathbf{v}) : \mathbf{D}(\mathbf{v}) \, dv - \int_{\Omega} \alpha \operatorname{div} \delta \mathbf{v} \operatorname{div} \mathbf{v} \, dv = \int_{\partial \Omega_t} \delta \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \, ds \\ \delta \mathbf{v} \in E_{\delta \mathbf{v}} = \{ \delta \mathbf{v} \in H^1(\Omega) / \delta \mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ sur } \partial \Omega_{\mathbf{v}} \} \\ \mathbf{v} \in E_{\mathbf{v}} = \{ \mathbf{v} \in H^1(\Omega) / \mathbf{v} = \mathbf{v}^d \text{ sur } \partial \Omega_{\mathbf{v}} \} \end{array} \right.$$

$$\longrightarrow [\mathbf{K}_{rd}] \cdot \{ \mathbf{v} \} + \alpha [\mathbf{K}_{in}] \cdot \{ \mathbf{v} \} = \{ \mathbf{F} \}$$

- **Intégration réduite** (modes à énergie nulle)

si α grand $\Rightarrow [\mathbf{K}_{in}] \cdot \{ \mathbf{v} \} = \{ \mathbf{0} \}$ (Zienkiewicz & Taylor, 2000)

$$[\mathbf{K}_{in}] \cdot \{ \mathbf{v} \} = \{ 0 \} \not\Rightarrow \{ \mathbf{v} \} = \{ 0 \} \text{ ssi } \text{nb}_{\text{incomp}} < \text{nb}_{\text{ddl}}$$

- Méthode des multiplicateurs de Lagrange

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{rd}] & k [\mathbf{K}_{ic}]^T \\ k [\mathbf{K}_{ic}] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{v}\} \\ \frac{1}{k} \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{F}\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

Conditionnement

- Méthode du lagrangien augmenté

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{rd}] & k [\mathbf{K}_{ic}]^T \\ k [\mathbf{K}_{ic}] & \frac{k^2}{\alpha(\{p\})} [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{v}\} \\ \frac{1}{k} \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{F}\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

Pénalité s'adapte à la résolution – schéma itératif

• **Condition de Brezzi-Babuska**
$$\begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{rd}] & [\mathbf{K}_{ic}]^T \\ [\mathbf{K}_{ic}] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{v}\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{F}\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

$$[\mathbf{K}_{ic}] \cdot \{\mathbf{v}\} = \{0\} \not\Rightarrow \{\mathbf{v}\} = \{0\} \text{ car } [\mathbf{K}_{rd}] \cdot \{\mathbf{v}\} = \{\mathbf{F}\}$$

et (Brezzi-Babuska)
$$[\mathbf{K}_{ic}]^T \cdot \{p\} = \{0\} \Rightarrow \{p\} = \{0\}$$



d° d'interpolation de la vitesse > d° d'interpolation de la pression (Reddy & Cartling, 2001) : élément P2/P1, mini-élément (P1+/P1, P1-bulle/P1) , ...

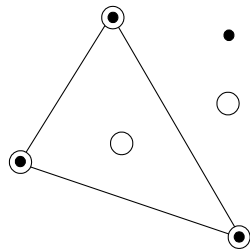
• Méthodes *sub-grid scale* (2005-2011)

Rechercher, par élément, un terme de stabilisation dépendant de la physique et de la géométrie locale. Exemples :

- Hughes Variational Multiscale = stabilisation locale constante
- Orthogonal SGS = stabilisation pour chaque élément et gradient de pression local recherché
- Algebraic SGS = stabilisation en vitesse et en pression pour chaque élément

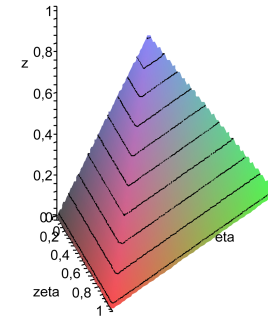
Principe du Mini-Elément

P1+/P1 / P1-bulle/P1 ⇒ condition de Brezzi-Babuska satisfaite

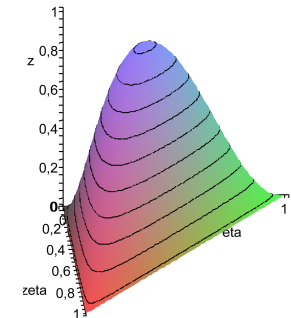


- $p = \langle N^e \rangle \{p^e\}$
- $\{v\} = [N^e] \{v_l^e\} + [N_b^e] \{v_b^e\}$

Fonctions hiérarchique



Fonctions polynomiale



⇒ vérifie la propriété d'orthogonalité

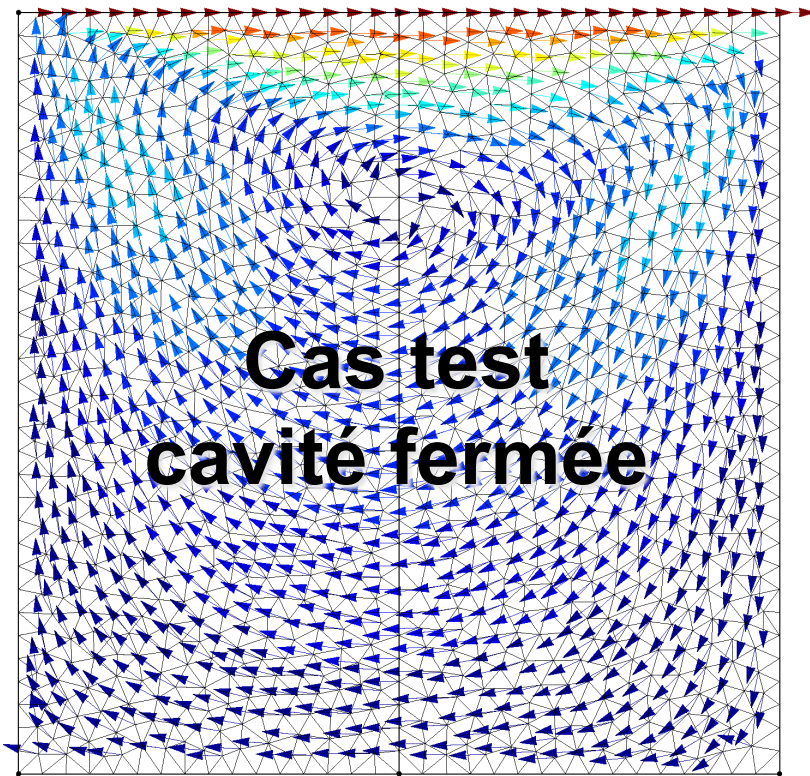
Pour des fonctions bulles vérifiant la propriété d'orthogonalité (au niveau élémentaire)

$$\begin{bmatrix} [K_{rdll}^e] & [0] & [K_{inlp}^e]^T \\ [0] & [K_{rdbb}^e] & [K_{inbp}^e]^T \\ [K_{inpl}^e] & [K_{inpb}^e] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{v_l^e\} \\ \{v_b^e\} \\ \{p^e\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F^e\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} [K_{rdll}^e] & [K_{inlp}^e]^T \\ [K_{inpl}^e] & [C_{pp}^e] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{v_l^e\} \\ \{p^e\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F^e\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

Formulation mixte vitesse / pression pour l'écoulement de la résine

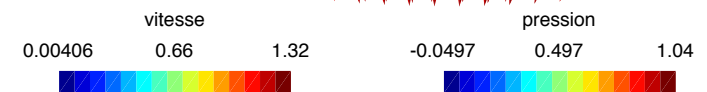
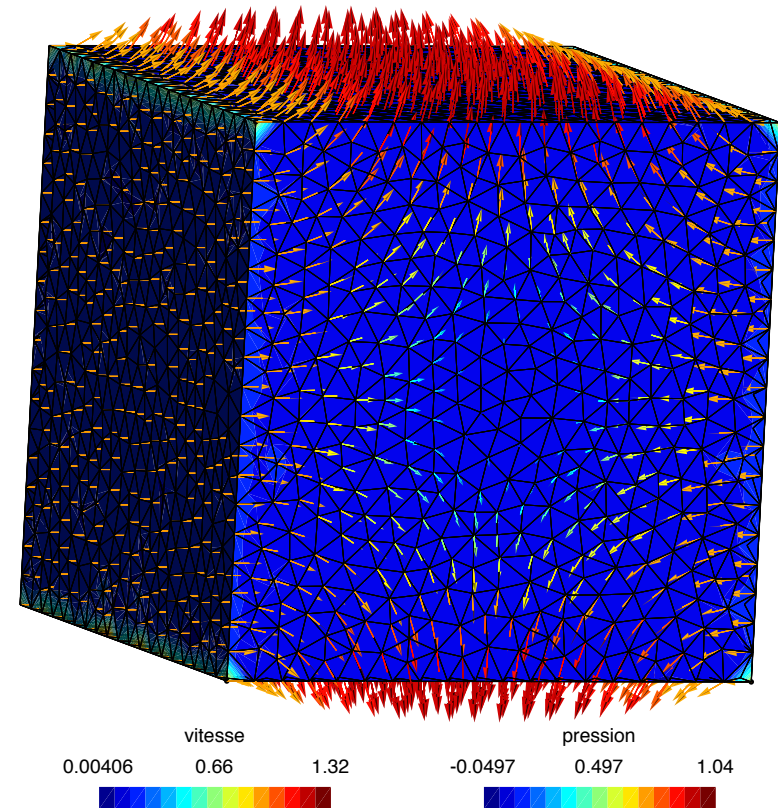
⇒ une seule formulation pour Darcy et Stokes

Validation pour Stokes



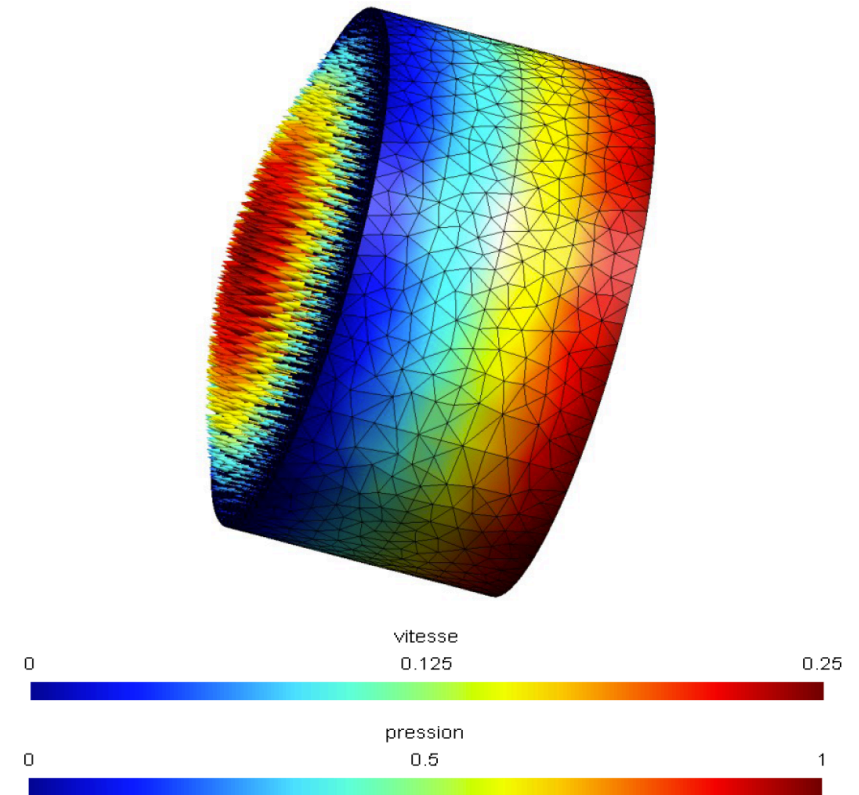
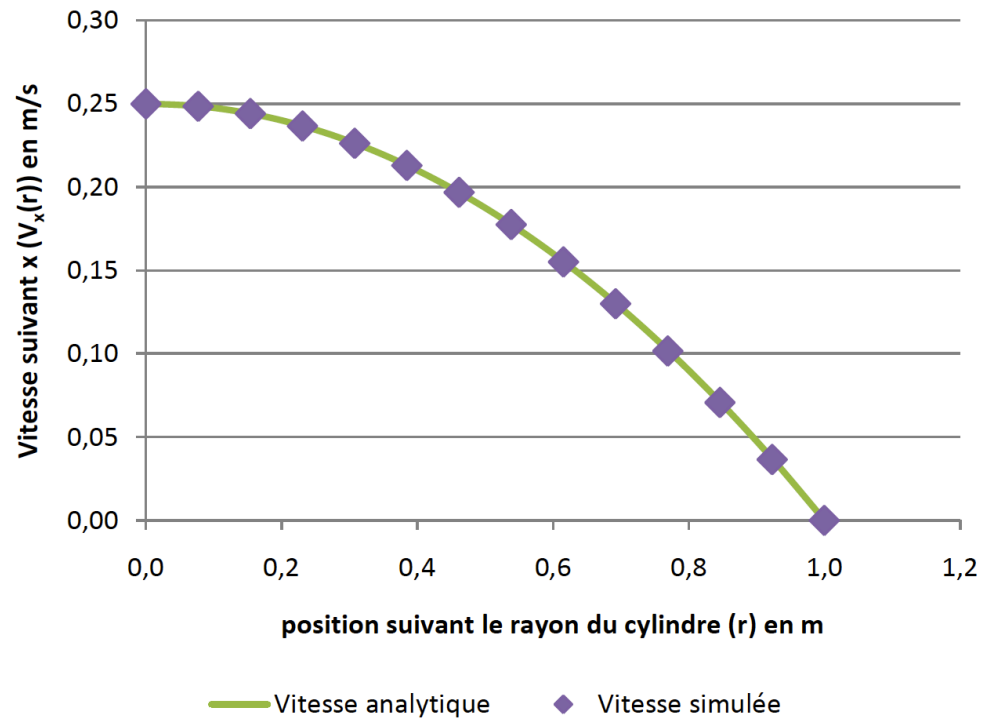
**Cas test
cavité fermée**

vitesse (m/s)



C.2 Mini-Eléments P1+/P1 (4/6)

Validation pour Stokes



Formulation pour Darcy

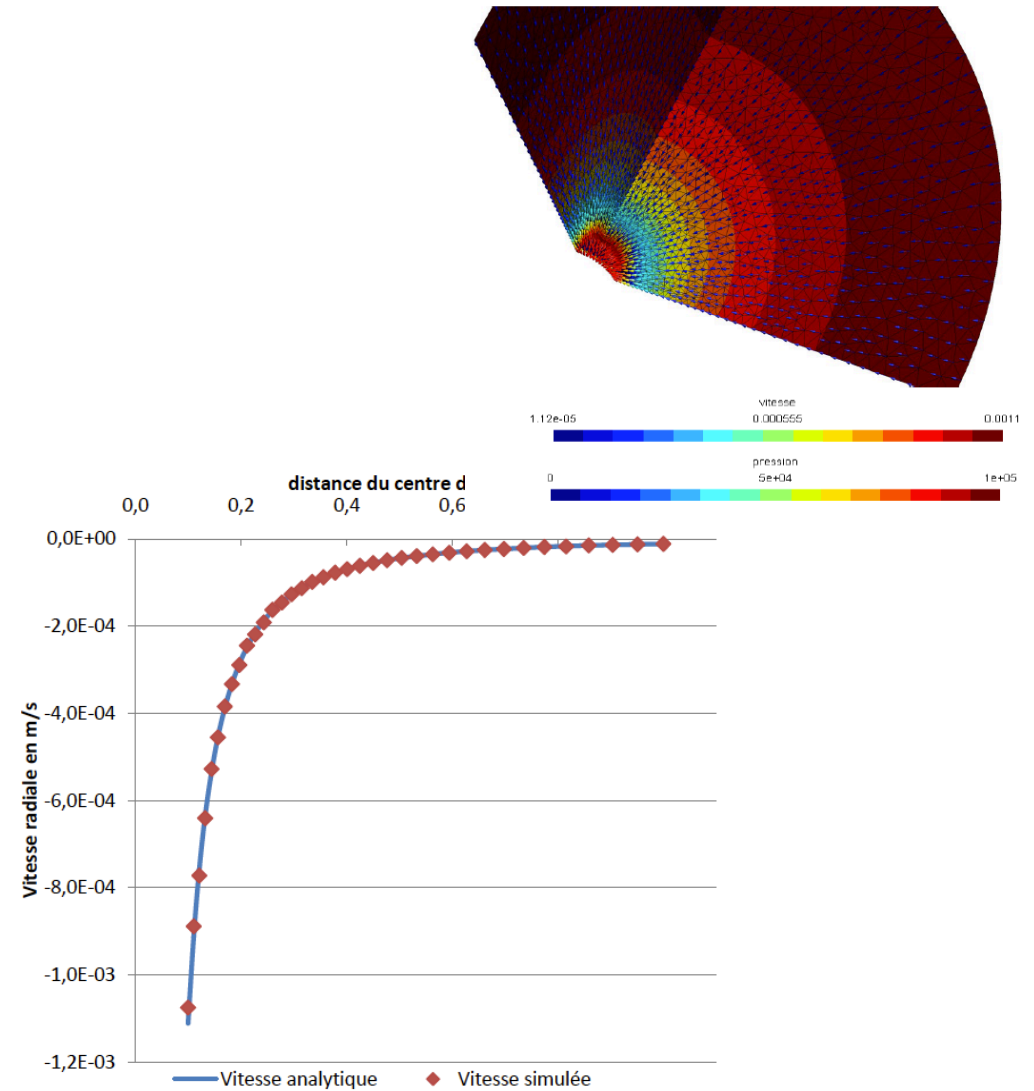
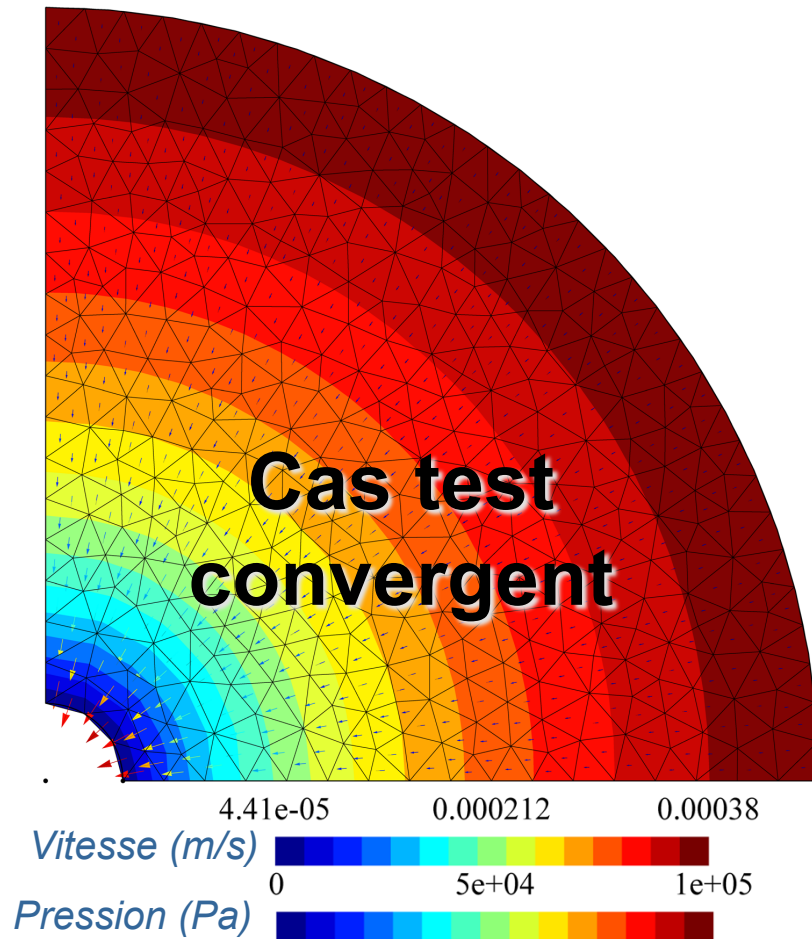
Darcy : Formulation mixte vitesse / pression primale
(intégration par partie de la conservation de la masse)

$$\left| \begin{array}{l}
 \forall \delta \bar{\mathbf{v}}, \forall \delta p, \\
 \int_{\Omega} \delta \bar{\mathbf{v}} \cdot \frac{\eta}{\mathbf{K}} \cdot (\bar{\mathbf{v}}) \, dv + \int_{\Omega} \delta \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla p \, dv = 0 \\
 \int_{\Omega} \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \delta p \, dv = \int_{\partial\Omega_v} \delta p \, \bar{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n} \, dv \\
 \delta p \in E_{\delta p} = \{ \delta p \in H^1(\Omega) / \delta p = \mathbf{0} \text{ sur } \partial\Omega_p \} \\
 p \in E_p = \{ p \in H^1(\Omega) / p = p^d \text{ sur } \partial\Omega_p \}
 \end{array} \right.$$

Formulation primale stable mais vitesses tangentielles pas accessibles
(**Brinkman \Leftrightarrow Stokes + perte charge due à la perméabilité**).

Validation pour Darcy

Darcy



C. Modélisation de l'écoulement de la résine

1. Rappels des équations de conservation

- Contexte de la modélisation des écoulements
- Problèmes de Stokes et de Darcy

2. Formulation d'éléments finis stabilisés

- Gestion de l'incompressibilité
- Mini-élément P1+/P1

3. Suivi du front de fluide

- Principales méthodes de représentation du front
- Méthode *Level-Set*

C.3 Principales méthodes de suivi (1/5)

Interface mobile – interface fixe

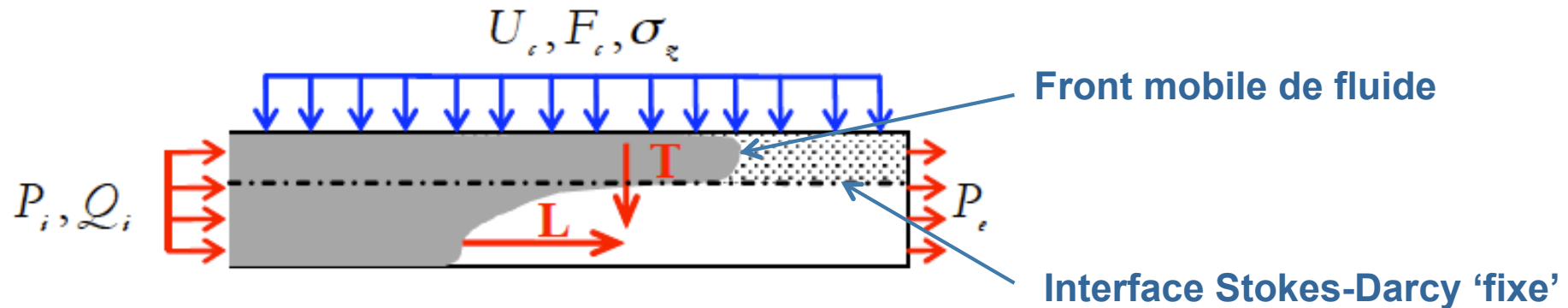
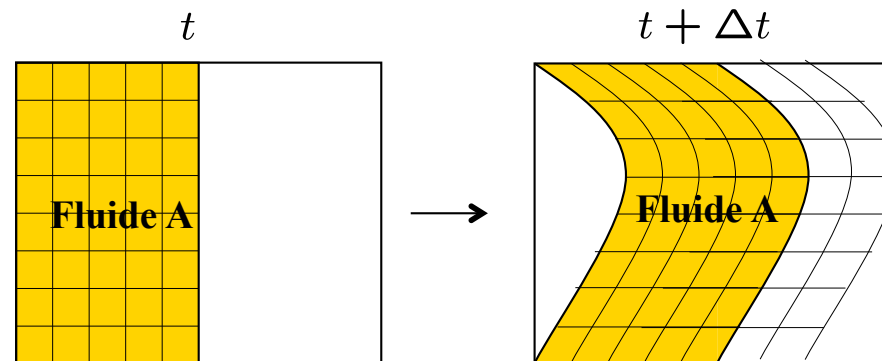


Schéma représentatif des familles de procédés LCM

Bréard et al. – REEF [2005]

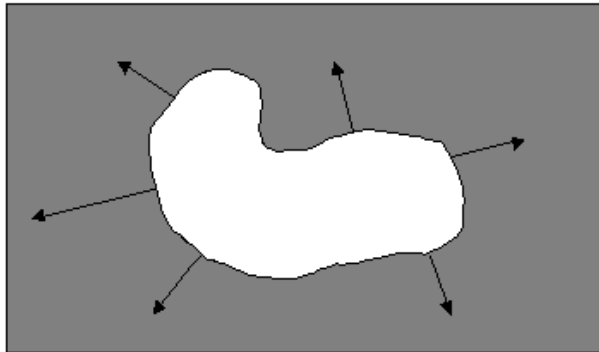
• Interface fixe

- Maillage structuré
- Interface mobile qui évolue peu par rapport à la configuration courante **actualisée**
- remaillage



(P. Celle, A. Dereims)

- **Interface mobile**



Chaque particule située sur l'interface se déplace selon la normale avec une vitesse connue

- **ALE – vitesse *arbitraire***

- Dans un maillage fixe – **frontière transportée par la vitesse physique**

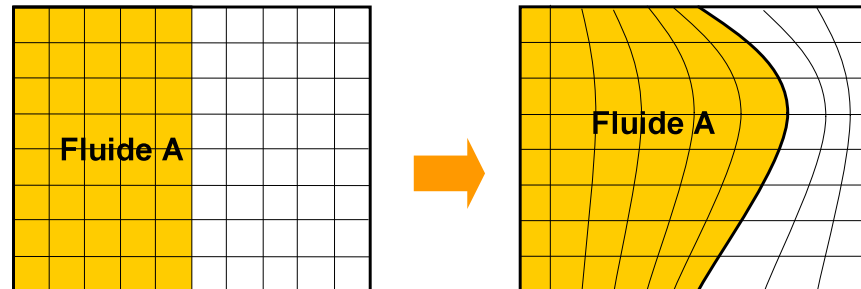
- Suivi de front mobile (Volume tracking, Surface tracking, ...)
- Capture du front mobile (Volume Of Fluid, **Level-Set**)



ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian)

DOMAINE DE REFERENCE

- Formulation ALE
- Formulation quasi-Eulérienne



- méthode de déplacement du maillage requise

- **Difficile** à mettre en œuvre en **3D**
- Si réactualisation géométrie fréquente \Rightarrow vitesse **convective** $c \searrow 0 \Rightarrow$ Eulerien

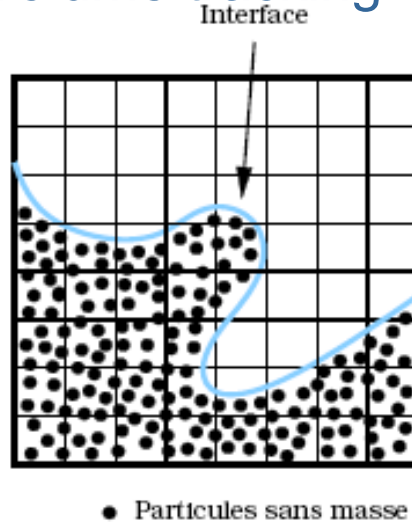
$$\operatorname{div}_{\mathbf{x}} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}^v = \rho(\mathbf{x}, t) \left. \frac{\partial \mathbf{v}(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} + \rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{c}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$$

$$\left. \frac{\partial \rho(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} + \mathbf{c}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \rho(\mathbf{x}, t) + \rho \operatorname{div}_{\mathbf{x}} \mathbf{v} = 0$$

Equilibre mécanique formulé ALE dans la configuration courante

Approche Eulérienne – suivi de front

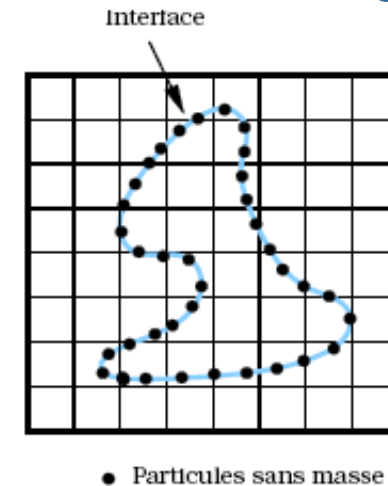
Volume tracking



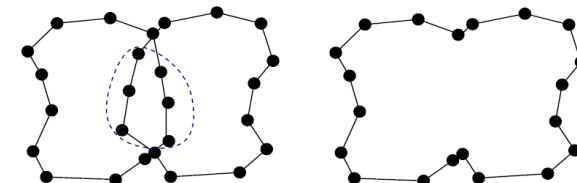
- + pas de stockage (reconstruction)
- Peu précis, propriétés (**normales**, **courbures**) mal évaluées

Remarque : si marqueurs \Leftrightarrow nœuds du maillage
→ méthode Lagrangienne (remaillage)

Surface tracking



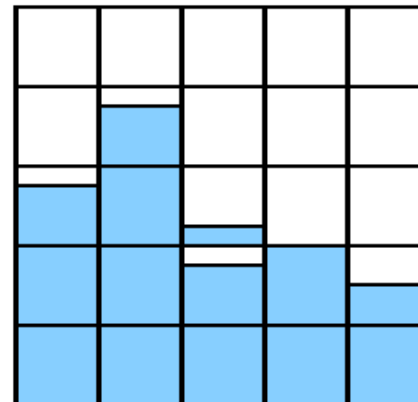
- + précis
- Stockage mémoire
- Redistribuer les marqueurs
- Changements topologiques pas 'naturels'



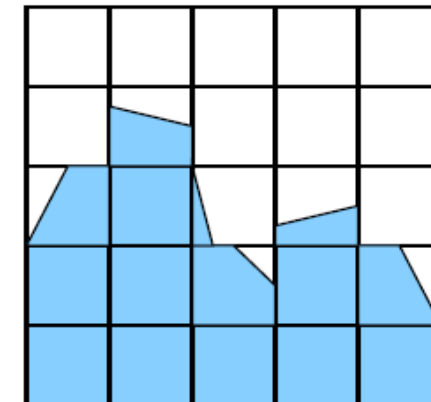
Approche Eulérienne – capture de front (Volume Of Fluids)

0	0	0	0	0
0.1	0.7	0	0	0
0.8	1	0.2	0.4	0.1
1	1	0.9	1	0.8
1	1	1	1	1

Chaque cellule contient le fraction de fluide



VOF-SLIC (Simple Line Interface Calculation)



VOF-PLIC (Piecewise Linear Interface Calculation)

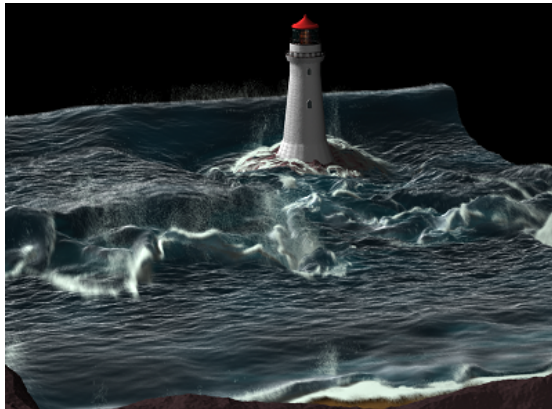
- + Pas de problèmes topologiques
- Peu précis
- Cas 3D problématiques
- Propriétés (**normales, courbures**) mal évaluées

Remarque : suivi du champ de pression si arrivée du fluide – P. Celle, A. Dereims

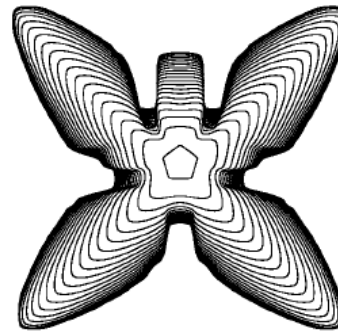
C.3 Méthode *Level-Set* (1/2)

(G. Pacquaut, L. Abou Orm)

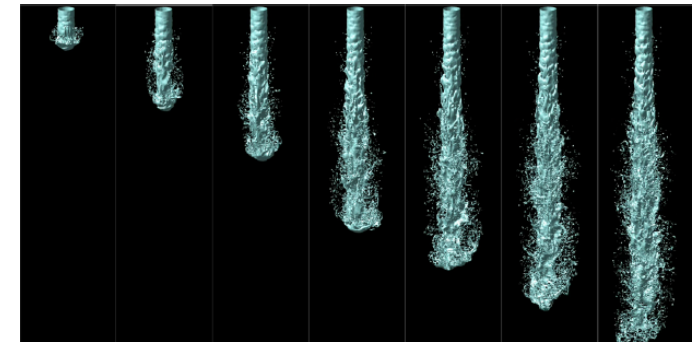
Approche Eulérienne – capture de front (*Level-Set*) (S. Osher & J. Sethian, 1988)



Surface libre + turbulence

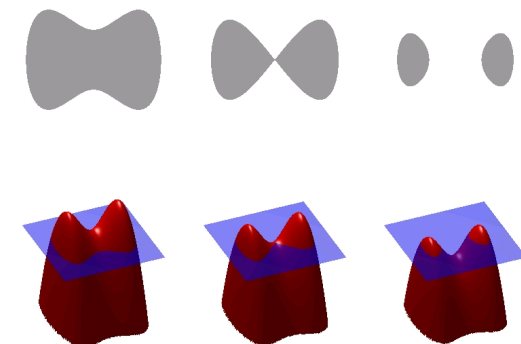
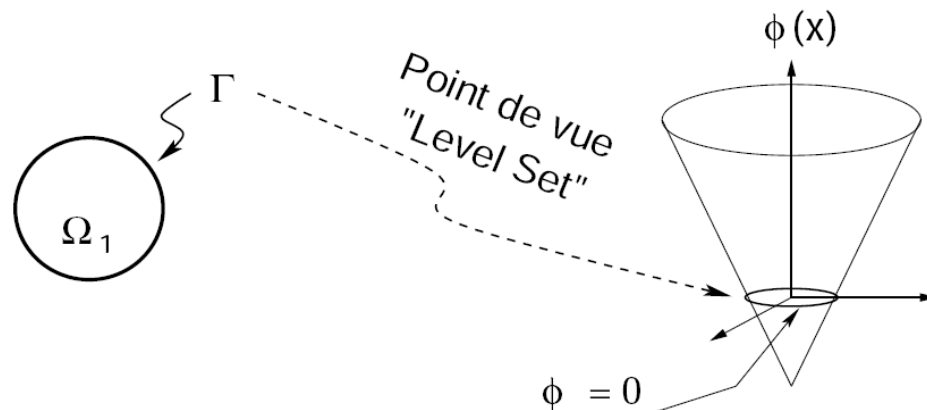


Croissance de dendrite



Atomisation d'un jet liquide

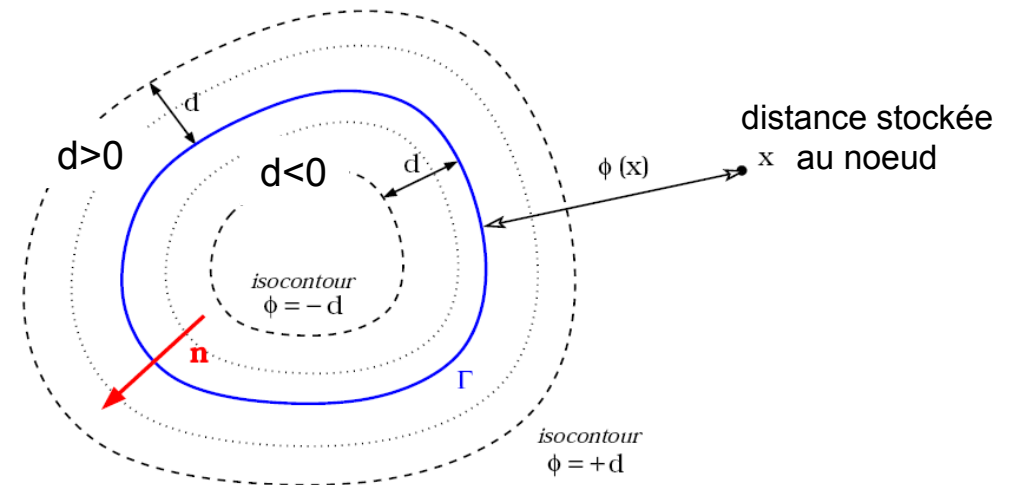
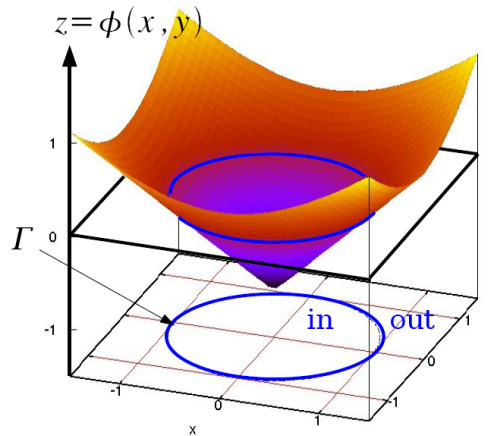
Idée : Représentation de l'interface par l'iso-valeur 0 d'une fonction régulière



C.3 Méthode *Level-Set* (1/2)

Pratique des *Level-Set*

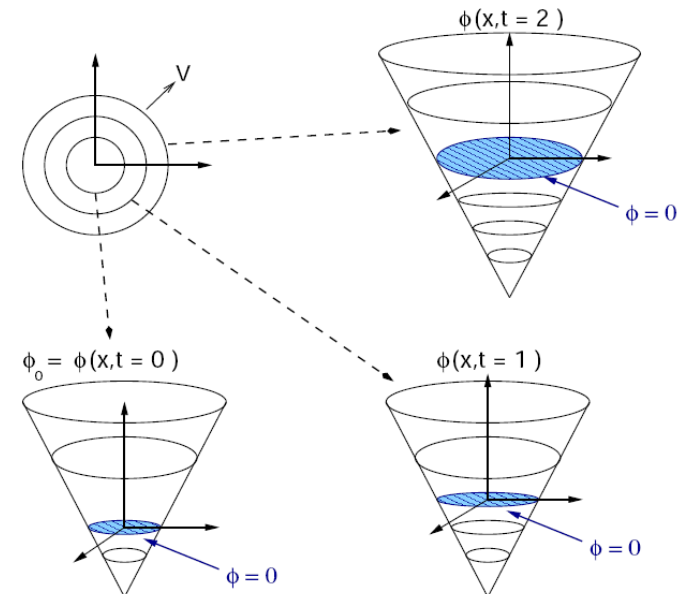
Fonction **distance**
signée $\|\nabla\phi\| = 1$



- Fonction régulière $\mathbf{n} = \frac{\nabla\phi}{\|\nabla\phi\|}$ $\kappa = \text{div } \mathbf{n}$
- Evolution = transport par la vitesse physique (stabilisation SUPG)

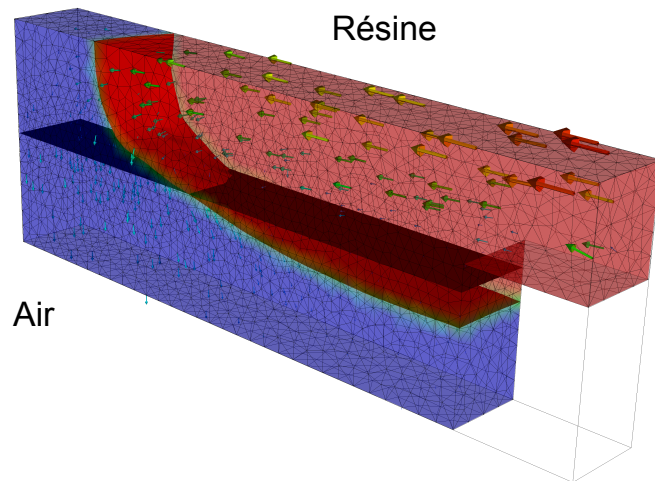
$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\phi = 0$$

Redistanciation si nécessaire

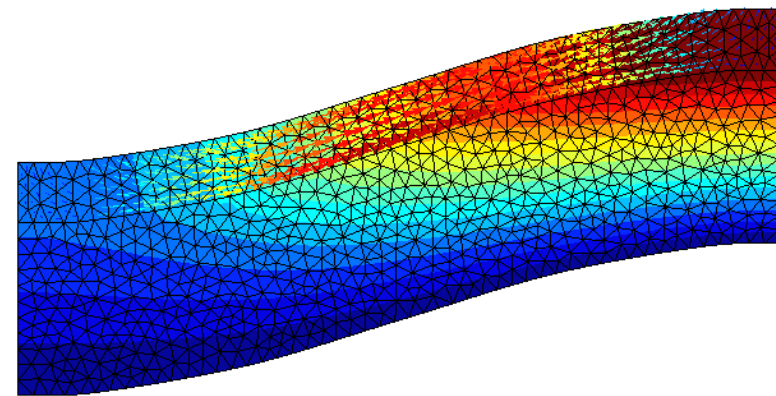


Rappels de la démarche

- Représenter précisément l'écoulement d'un fluide dans une zone fluide et dans un milieu poreux → **mini-élément P1+/P1**
- Suivre le front de fluide et représenter l'interface entre Stokes et Darcy
 - **maillage structuré** pour l'interface + **pression nulles** pour le front (Darcy)
 - **maillage non-structuré** et **level-set** pour l'interface et le front de fluide



G. Pacquaut



P. Celle

Reste à **coupler** les écoulements **Stokes/ Darcy**, puis intégrer la mécanique des préformes

Plan de l'exposé

- A. Position des couplages hydro-mécaniques dans les procédés d'élaboration des matériaux composites
 - 1. Les procédés d'élaboration par voie sèche des composites organiques
 - 2. Représentation des couplages en vue de la modélisation de l'infusion

- B. Prise en compte des grandes déformations des préformes (thèse P. Celle, 2006)
 - 1. Cadre mécanique – intégration d'un comportement de type Terzaghi
 - 2. Formulation Lagrangienne réactualisée du comportement orthotrope non-linéaire

- C. Modélisation de l'écoulement de la résine (thèse P. Celle – 2006, G. Pacquaut - 2010)
 - 1. Rappels des équations de conservation
 - 2. Formulation d'éléments finis stabilisés
 - 3. Suivi du front de fluide

D. Modélisation de l'infusion – couplage Stokes/Darcy

P. Celle *et al.*, Eur. J. Mech./A Solids, 2008

G. Pacquaut *et al.*, Int. J. Num. Meth. Fluids, 2011

- 1. Approche découplée / Approche unifiée
- 2. Simulations numériques / comparaisons avec l'expérience

E. Synthèse - Voies de développement actuelles

Références bibliographiques

D. Modélisation de l'infusion – couplage Stokes/Darcy

1. Approche découplée / Approche unifiée

- Approche découplée
- Approche unifiée

2. Simulations numériques et comparaisons avec l'expérience

- Simulations découplées
- Comparaison avec l'expérience
- Dernières avancées

D. Modélisation de l'infusion – couplage Stokes/Darcy

1. Approche découplée / Approche unifiée

- Approche découplée
- Approche unifiée

2. Simulations numériques et comparaisons avec l'expérience

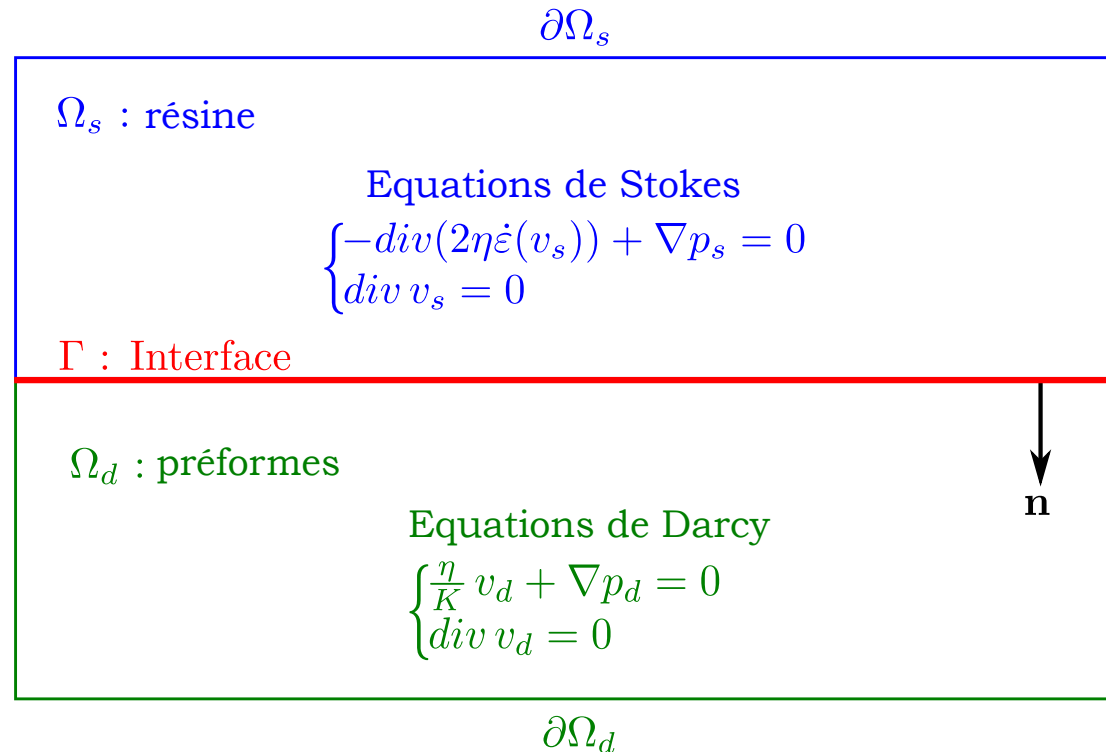
- Simulations découplées
- Comparaison avec l'expérience
- Dernières avancées

D. Couplage Stokes-Darcy

Problème à traiter (domaine fixe)

= coupler les écoulements de Stokes et Darcy

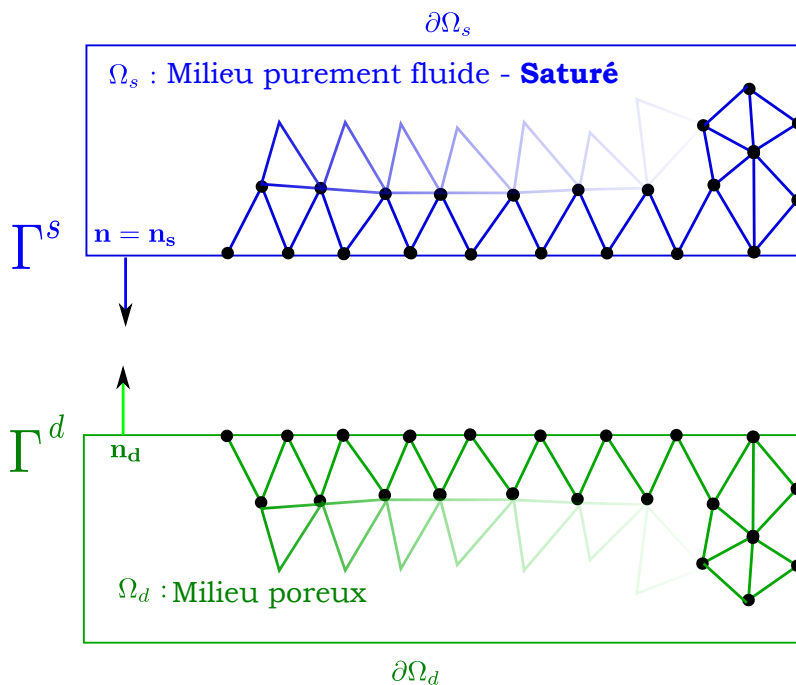
- Approche découplée
- Approche unifiée



D.1 Approche découplée (1/2)

Approche découplée

= maillage structuré – couplage itératif de Stokes et Darcy



Duale

$$\forall \delta p_s, \forall \delta \mathbf{v}_s \in E_{\delta \mathbf{v}, s}$$

$$\int_{\Omega_s} 2 \eta \mathbf{D}(\delta \mathbf{v}_s) : \mathbf{D}(\mathbf{v}_s) dv - \int_{\Omega_s} p_s \operatorname{div} \delta \mathbf{v}_s dv = \int_{\partial\Omega_{s,t}} \delta \mathbf{v}_s \cdot \boldsymbol{\sigma}_s \cdot \mathbf{n}_s ds$$

$$\int_{\Omega_s} \delta p_s \operatorname{div} \mathbf{v}_s dv = 0$$

$$\delta \mathbf{v}_s \in E_{\delta \mathbf{v}, s} = \{ \delta \mathbf{v} \in H^1(\Omega_s) / \delta \mathbf{v}_s = \mathbf{0} \text{ sur } \partial\Omega_{s,v} \}$$

$$\mathbf{v}_s \in E_{\mathbf{v}, s} = \{ \mathbf{v} \in H^1(\Omega_s) / \mathbf{v}_s = \mathbf{v}_s^d \text{ sur } \partial\Omega_{s,v} \}$$

Primale (stable – Perchat, 2000)

$$\forall \delta \bar{\mathbf{v}}_d, \forall \delta p_d \in E_{\delta p, d}$$

$$\int_{\Omega_d} \delta \bar{\mathbf{v}}_d \cdot \frac{\eta}{\mathbf{K}} \cdot \bar{\mathbf{v}}_d dv + \int_{\Omega_d} \delta \bar{\mathbf{v}}_d \cdot \nabla p_d dv = 0$$

$$\int_{\Omega_d} \bar{\mathbf{v}}_d \cdot \nabla \delta p_d dv = \int_{\partial\Omega_{d,v}} \delta p_d \bar{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}_d dv$$

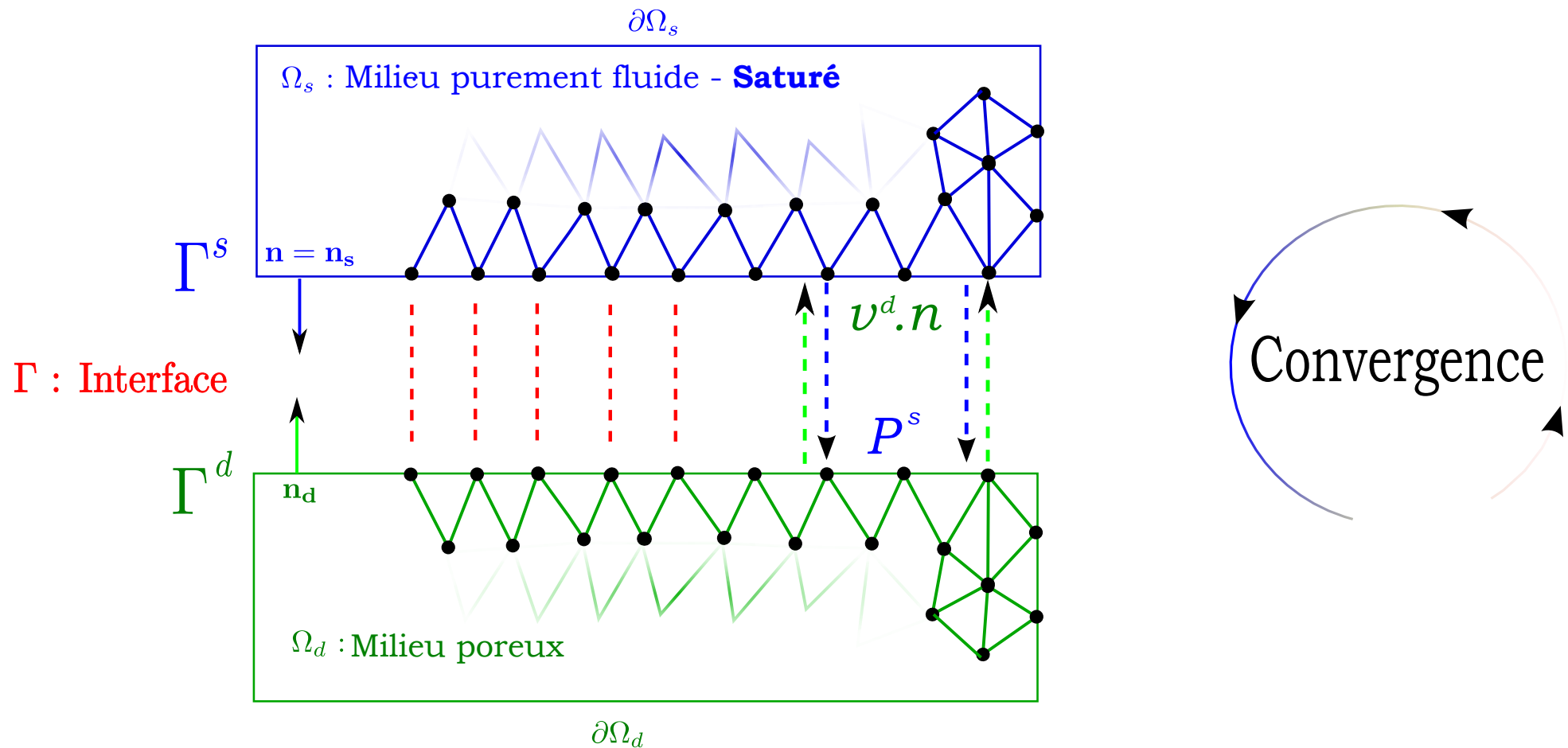
$$\delta p_d \in E_{\delta p, d} = \{ \delta p_d \in H^1(\Omega_d) / \delta p_d = 0 \text{ sur } \partial\Omega_{d,p} \}$$

$$p_d \in E_{p, d} = \{ p_d \in H^1(\Omega) / p_d = p^{ext} \text{ sur } \partial\Omega_{d,p} \}$$

D.1 Approche découplée (2/2)

Approche découplée

= maillage structuré – couplage itératif de Stokes et Darcy



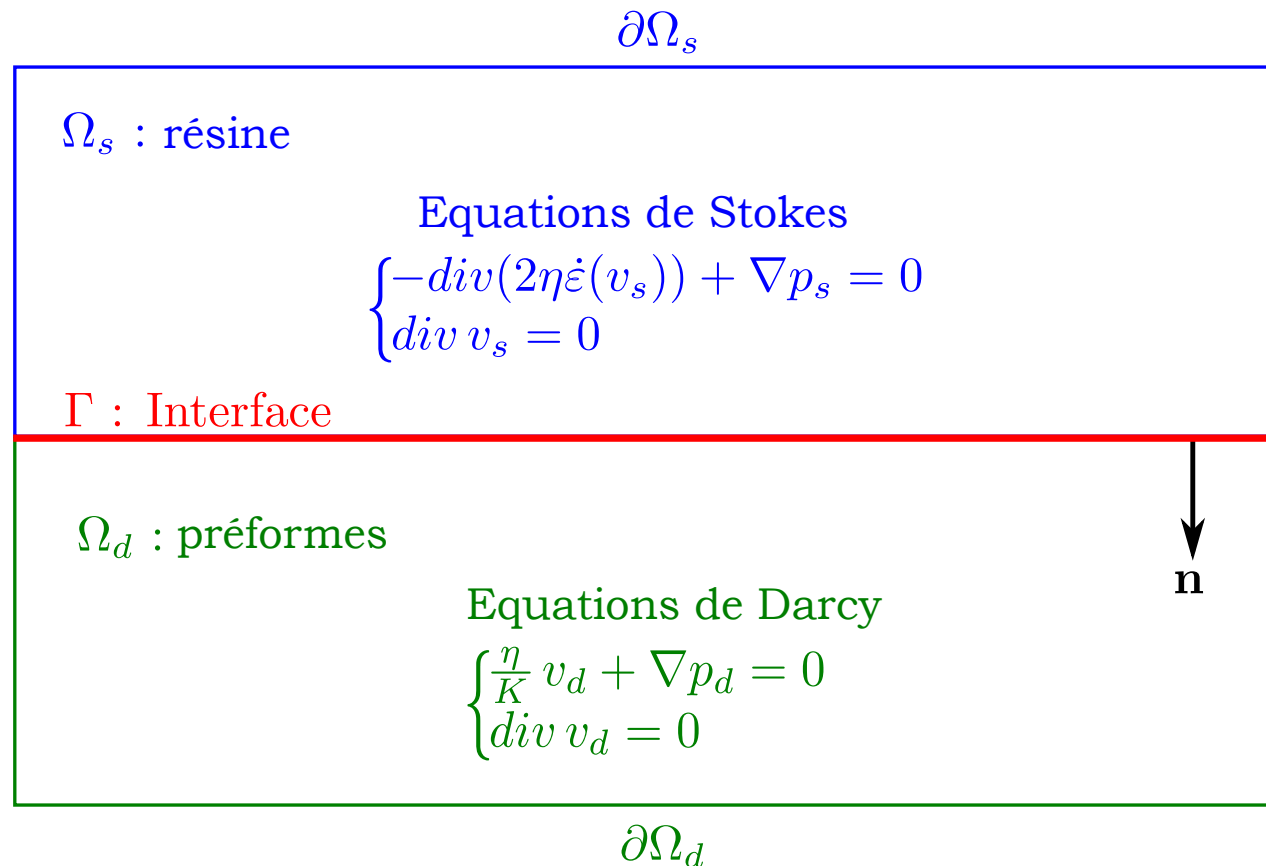
D.1 Approche unifiée (1/3)

Approche unifiée =

- maillage non-(nécessairement) structuré
- couplage fort de Stokes et Darcy

$$\begin{cases} v_s \cdot n = v_d \cdot n \\ \sigma_s \cdot n = \sigma_d \cdot n \\ \frac{\partial v_s}{\partial y} |_{\Gamma} = \frac{\alpha}{\sqrt{K}} (v_s|_{\Gamma} - v_d|_{\Gamma}) \end{cases}$$

α : coeff. de glissement
 K : perméabilité



D.1 Approche découplée (2/3)

Formulation duale pour Darcy (homogène avec Stokes)

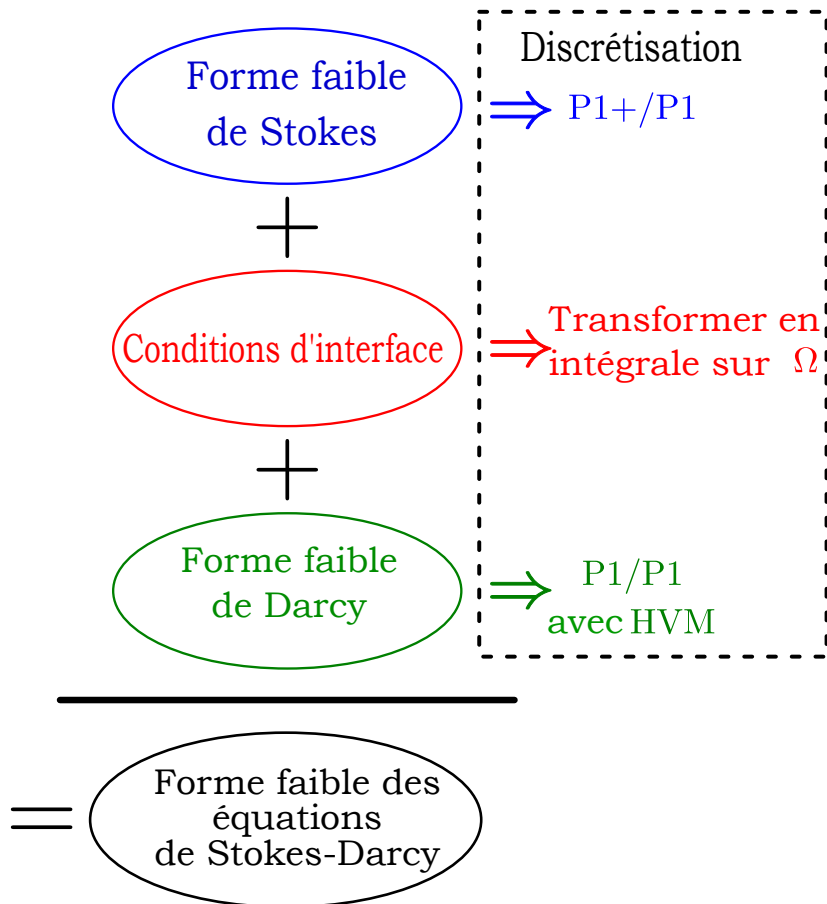
- stabilisation du mini-élément P1+/P1 avec une méthode *HVM* (Hughes et. al)

$$\left| \begin{array}{l}
 \forall \delta p_s, \forall \delta \mathbf{v}_s \in E_{\delta \mathbf{v},s} \\
 \int_{\Omega_s} 2 \eta \mathbf{D}(\delta \mathbf{v}_s) : \mathbf{D}(\mathbf{v}_s) dv - \int_{\Omega_s} p_s \operatorname{div} \delta \mathbf{v}_s dv = \int_{\partial \Omega_{s,t}} \delta \mathbf{v}_s \cdot \boldsymbol{\sigma}_s \cdot \mathbf{n}_s ds \\
 \int_{\Omega_s} \delta p_s \operatorname{div} \mathbf{v}_s dv = 0 \\
 \delta \mathbf{v}_s \in E_{\delta \mathbf{v},s} = \{ \delta \mathbf{v} \in H^1(\Omega_s) / \delta \mathbf{v}_s = \mathbf{0} \text{ sur } \partial \Omega_{s,v} \} \\
 \mathbf{v}_s \in E_{\mathbf{v},s} = \{ \mathbf{v} \in H^1(\Omega_s) / \mathbf{v}_s = \mathbf{v}_s^d \text{ sur } \partial \Omega_{s,v} \}
 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l}
 \forall \delta p_d, \forall \delta \bar{\mathbf{v}}_d \in E_{\delta \bar{\mathbf{v}},d} \\
 \int_{\Omega_d} \delta \bar{\mathbf{v}}_d \cdot \frac{\eta}{\mathbf{K}} \cdot \bar{\mathbf{v}}_d dv - \int_{\Omega_d} p_d \operatorname{div} \delta \bar{\mathbf{v}}_d dv - \int_{\partial \Omega_{d,p}} p_d \delta \bar{\mathbf{v}}_d \cdot \mathbf{n}_d dv = 0 \\
 \int_{\Omega_d} \delta p_d \operatorname{div} \bar{\mathbf{v}}_d dv = 0 \\
 \delta \bar{\mathbf{v}}_d \in E_{\delta \bar{\mathbf{v}},d} = \{ \delta \bar{\mathbf{v}}_d \in H^1(\operatorname{div}, \Omega_d) / \delta \bar{\mathbf{v}}_d = \mathbf{0} \text{ sur } \partial \Omega_{d,\bar{\mathbf{v}}} \} \\
 \bar{\mathbf{v}}_d \in E_{\bar{\mathbf{v}},d} = \{ \bar{\mathbf{v}}_d \in H^1(\operatorname{div}, \Omega_d) / \bar{\mathbf{v}}_d = \mathbf{v}_d^d \text{ sur } \partial \Omega_{d,\bar{\mathbf{v}}} \}
 \end{array} \right.$$

D.1 Approche découplée (3/3)

Problème à traiter = coupler les écoulements de Stokes et Darcy



Fonction de présence

$$\int_{\Omega} 2\eta \mathbf{D}(\mathbf{v}) : \mathbf{D}(\delta\mathbf{v}) H_s dv + \int_{\Omega} \frac{\eta}{K} \mathbf{v} \cdot \delta\mathbf{v} H_d dv$$

$$+ \underbrace{\int_{\Gamma} \frac{\alpha\eta}{\sqrt{K}} (\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau})(\delta\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau}) ds}_{\text{A changer en intégrale de volume sur } \Omega}$$

$$+ \int_{\Omega} \delta p \operatorname{div} \mathbf{v} d\Omega - \int_{\Omega} p \operatorname{div} \delta\mathbf{v} dv$$

$$= \int_{\partial\Omega_{s,t}} \mathbf{t} \cdot \delta\mathbf{v} ds + \int_{\partial\Omega_{d,p}} p_{ext} \delta\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} ds$$

Validation sur des cas tests et par la Méthode des Solutions Manufacturées (G. Pacquaut, 2011)

D. Modélisation de l'infusion – couplage Stokes/Darcy

1. Approche découplée / Approche unifiée

- Approche découplée
- Approche unifiée

2. Simulations numériques et comparaisons avec l'expérience

- Simulations découplées
- Comparaison avec l'expérience
- Dernières avancées

D.2 Simulations découplées (1/6)

Infusion/injection d'un T

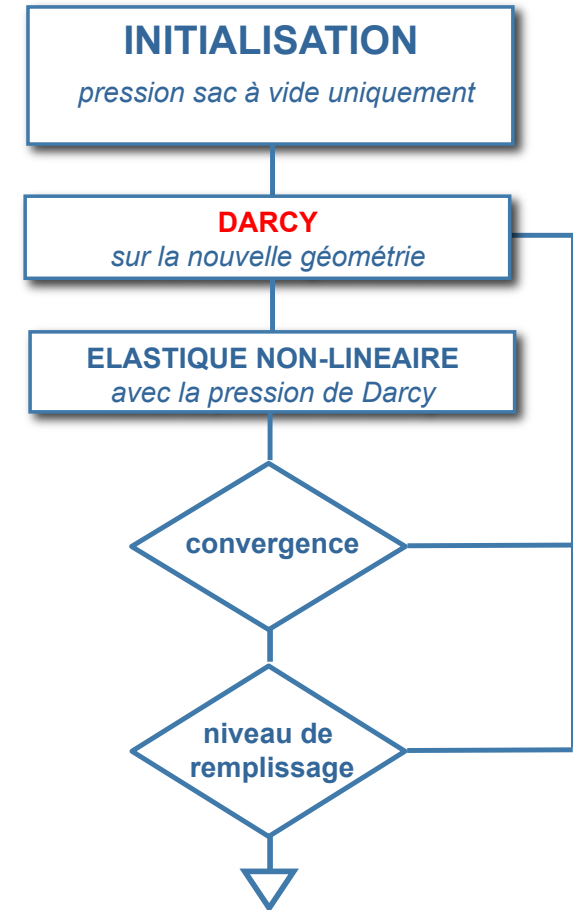
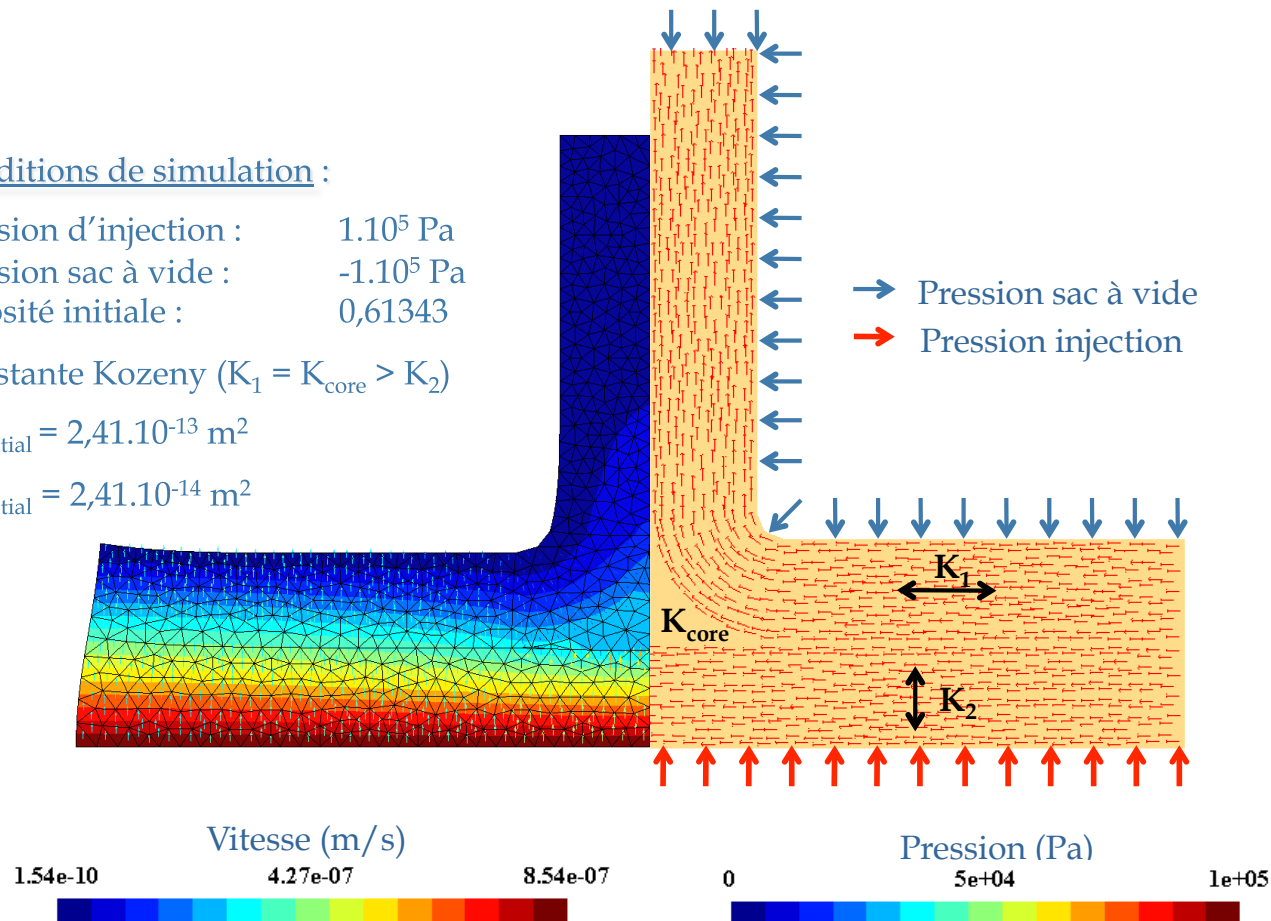
Conditions de simulation :

Pression d'injection : 1.10^5 Pa
 Pression sac à vide : -1.10^5 Pa
 Porosité initiale : 0,61343

Constante Kozeny ($K_1 = K_{core} > K_2$)

$K_{1\ initial} = 2,41.10^{-13}$ m²

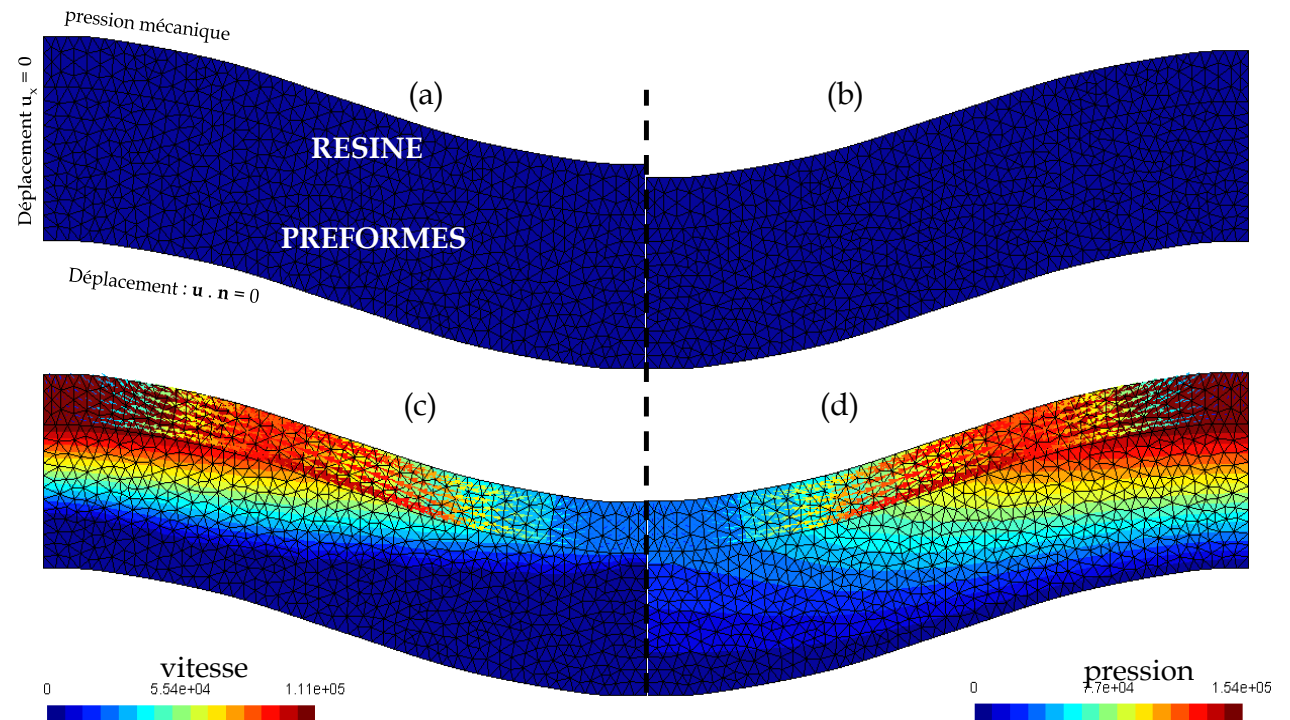
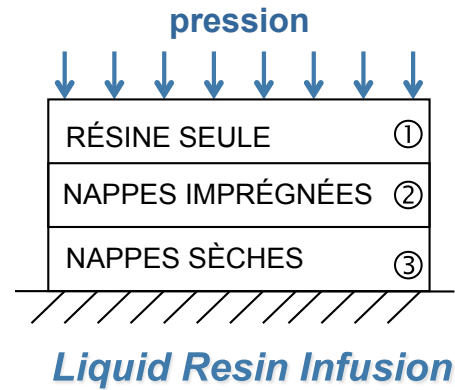
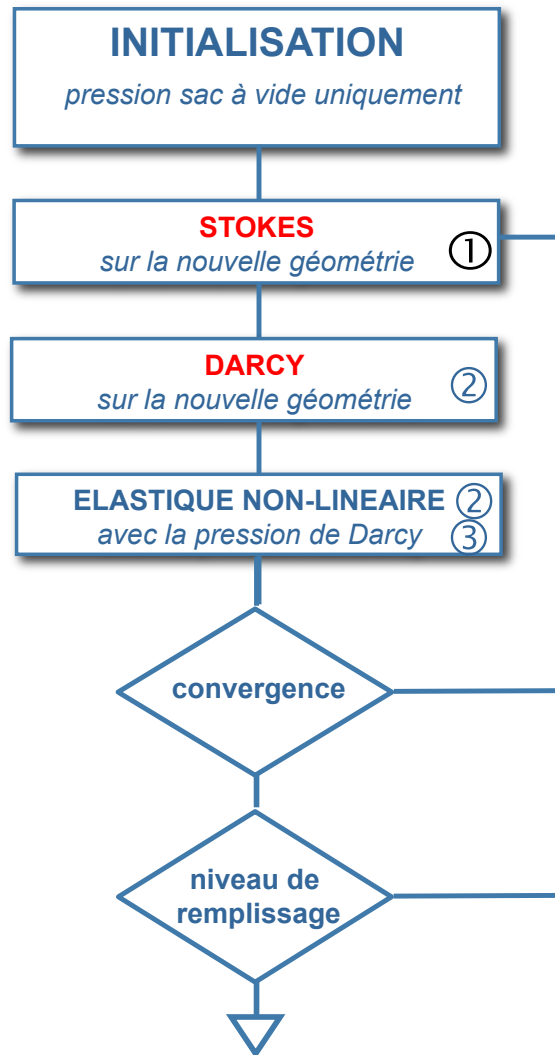
$K_{2\ initial} = 2,41.10^{-14}$ m²



Couplage itératif

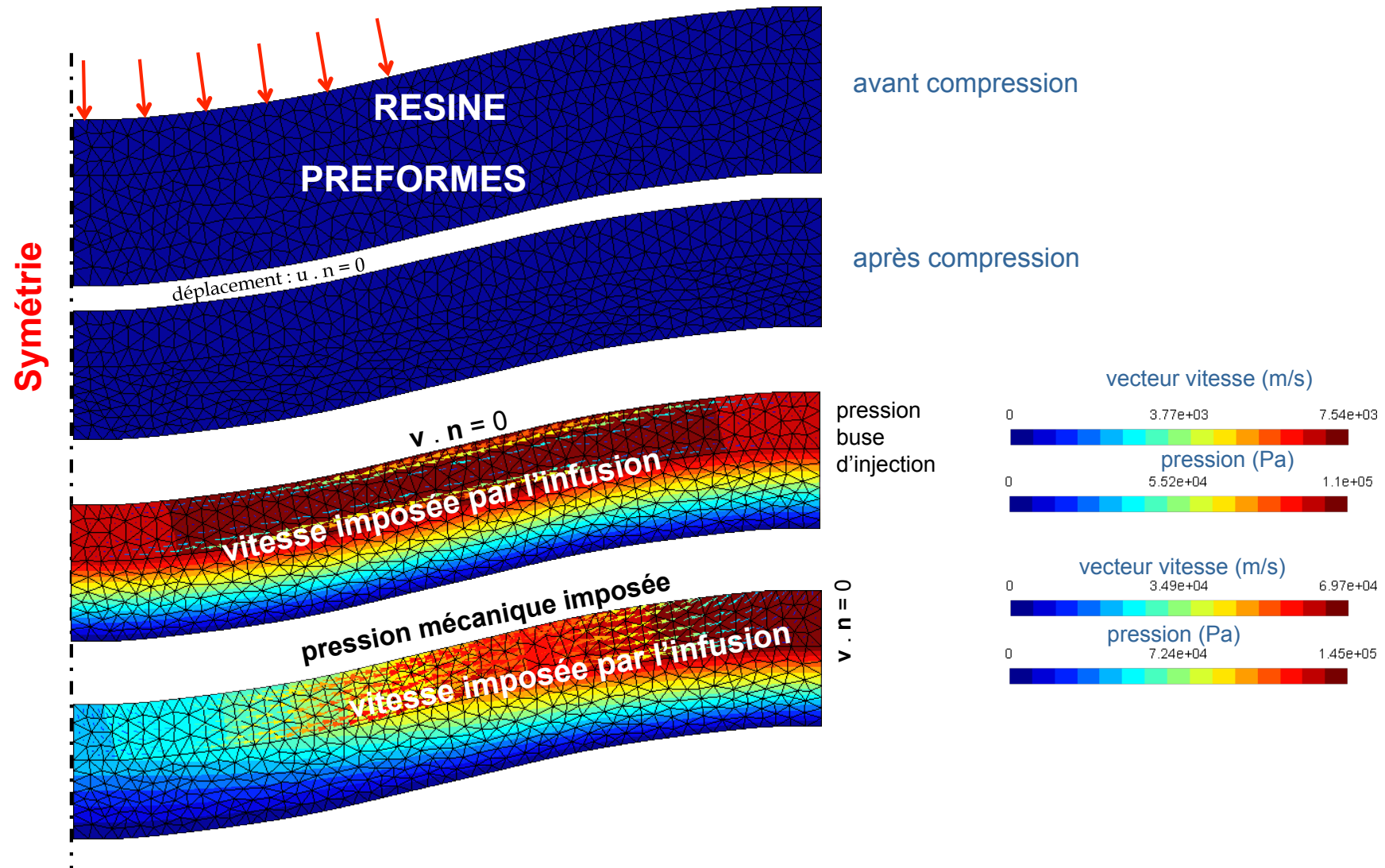
D.2 Simulations découplées (2/6)

exemple de simulation LRI



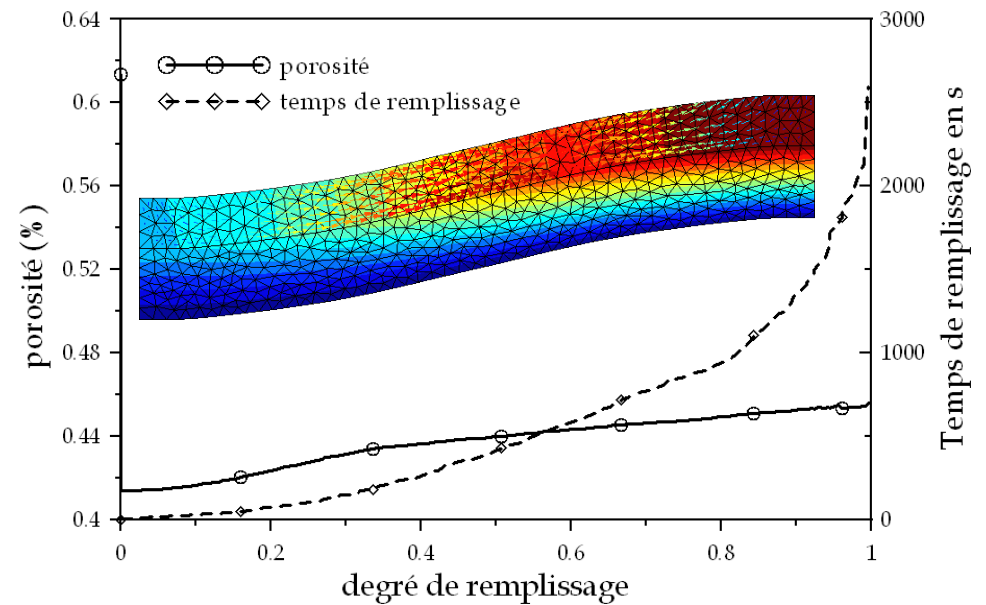
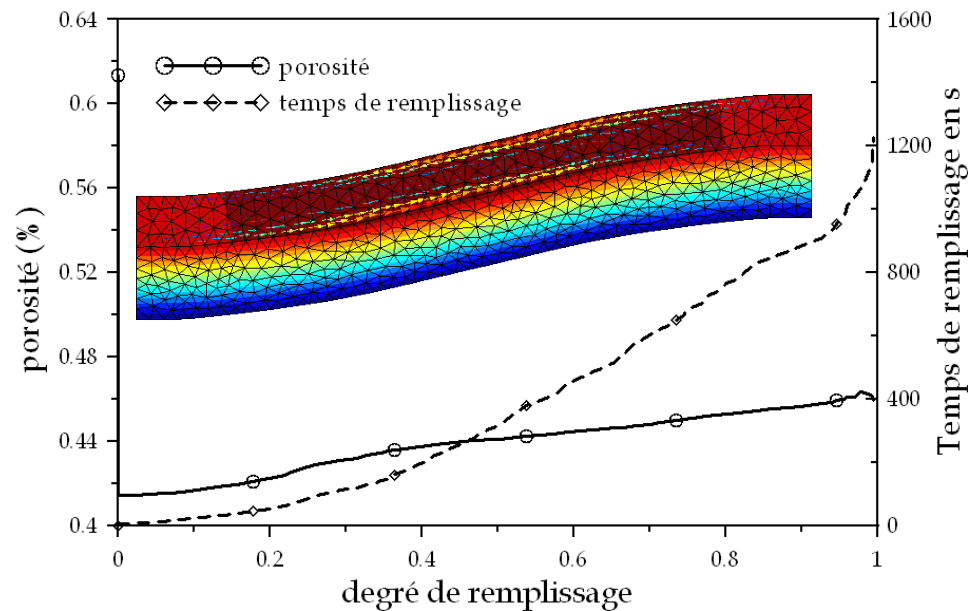
D.2 Simulations découplées (3/6)

Influence des conditions aux limites LRI (1/2)



D.2 Simulations découplées (4/6)

Influence des conditions aux limites LRI (2/2)

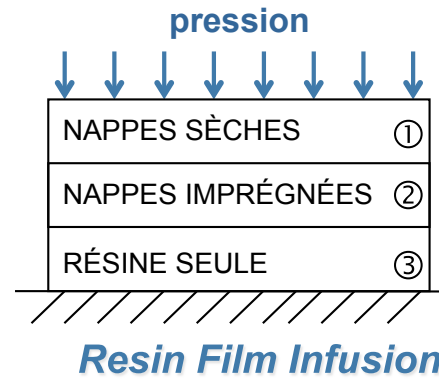
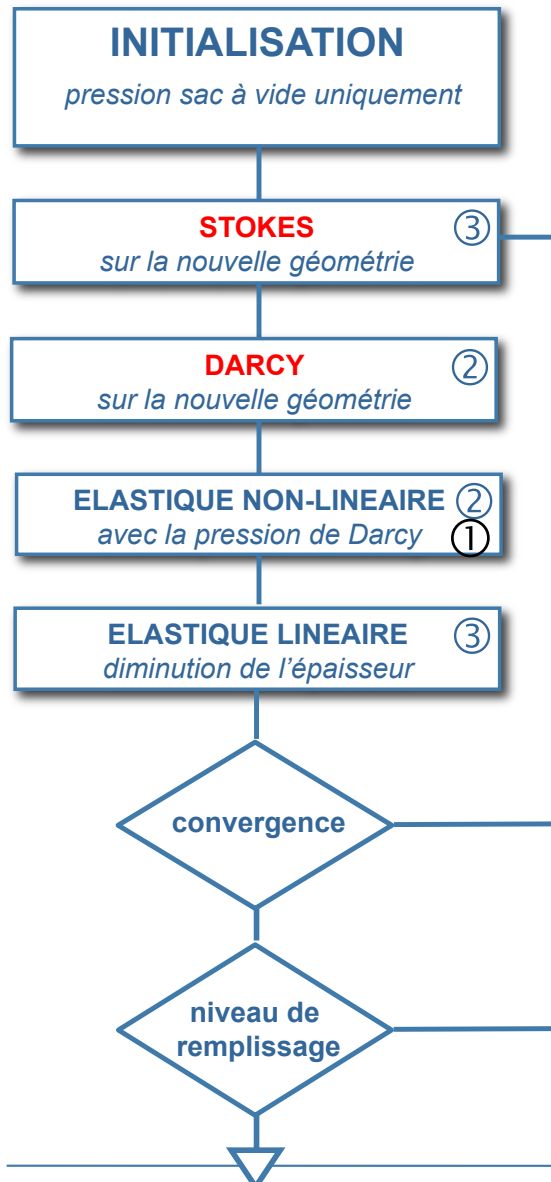


① Les porosités sont relativement identiques

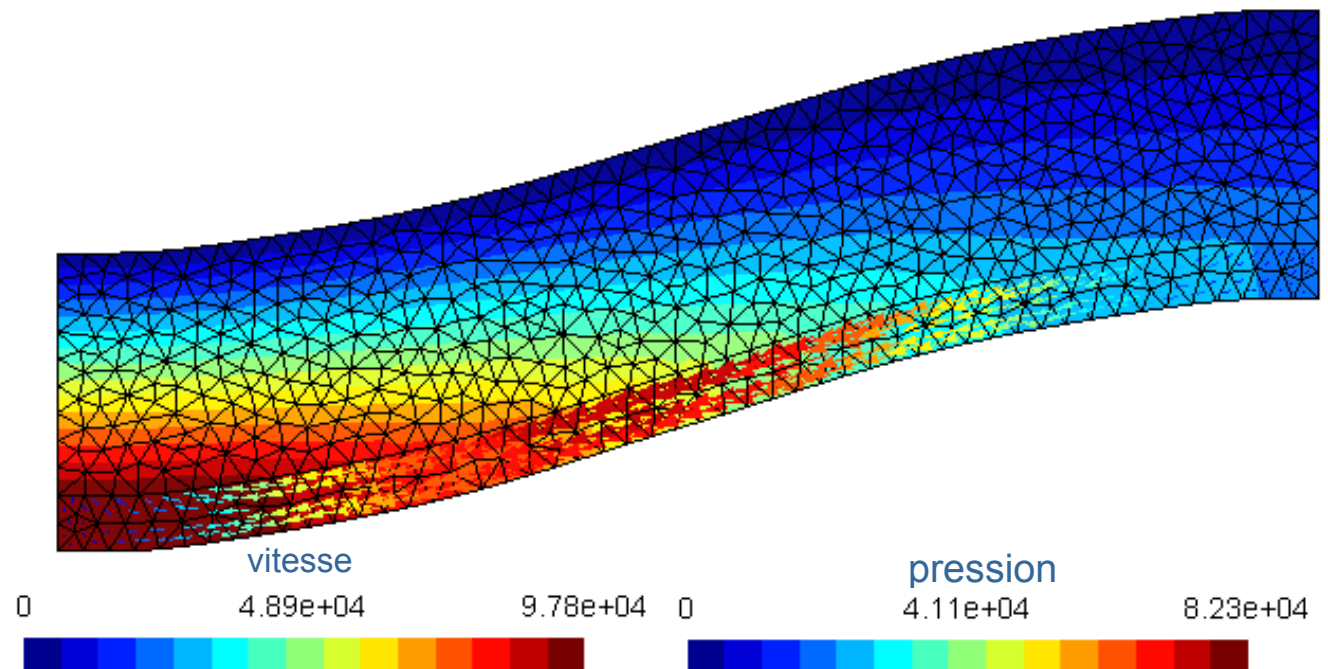
② 2^{ème} type : répartition de pression hétérogène au niveau du front ⇒ augmentation du temps de remplissage

D.2 Simulations découplées (5/6)

exemple de simulation RFI

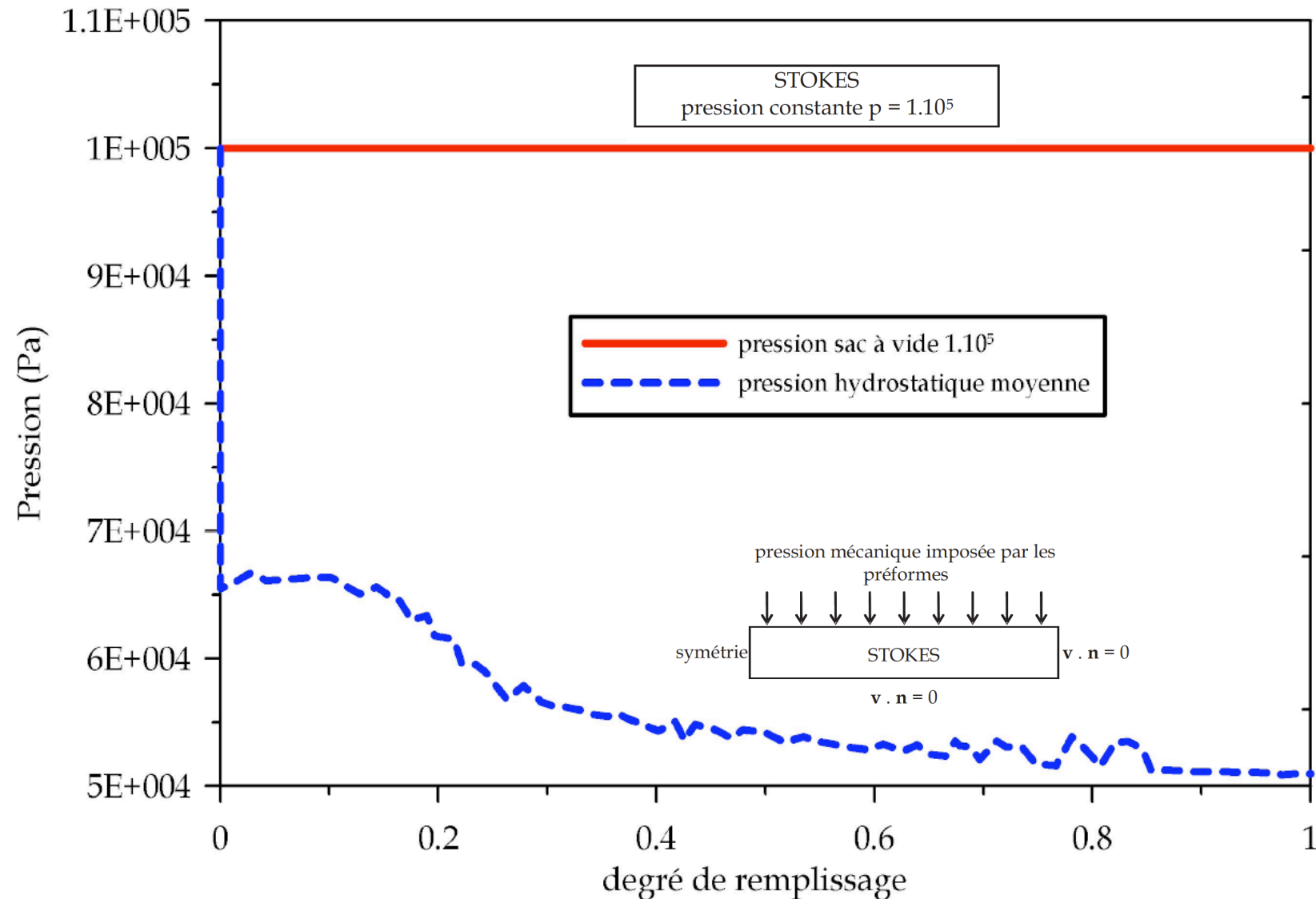


Temps de calcul environ 45 mn avec un résidu relatif de 10^{-2}



D.2 Simulations découplées (6/6)

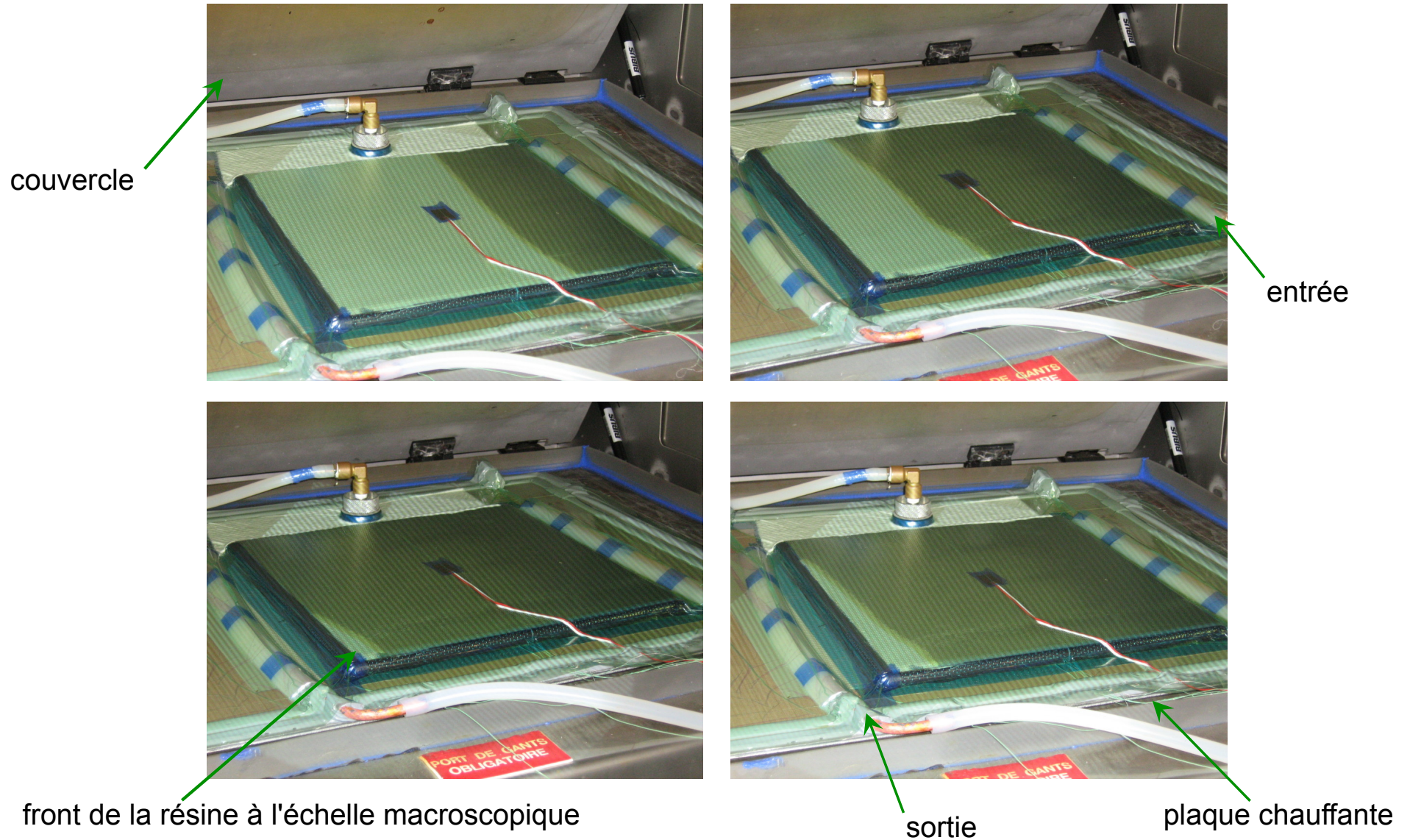
Influence des conditions aux limites LRI (2/2)



D.2 Comparaison avec l'expérience (1/9)

Thèse P. Wang, 2009, Composites/A, 2010

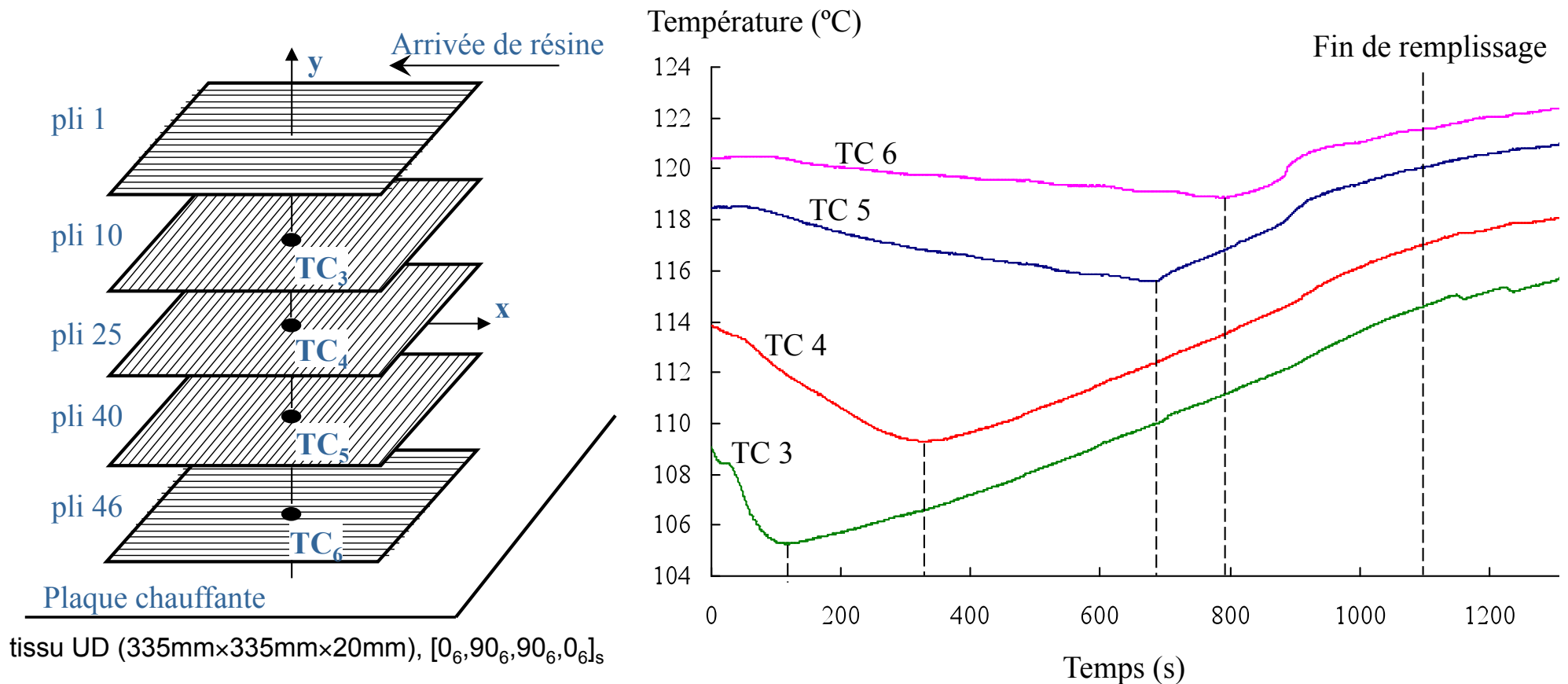
LRI en conditions industrielles : résine RTM6 à 120°C et préformes à 80°C



D.2 Comparaison avec l'expérience (2/9)

Suivi du front de fluide par thermo-couples (type K)

Température suivant l'épaisseur de la préforme



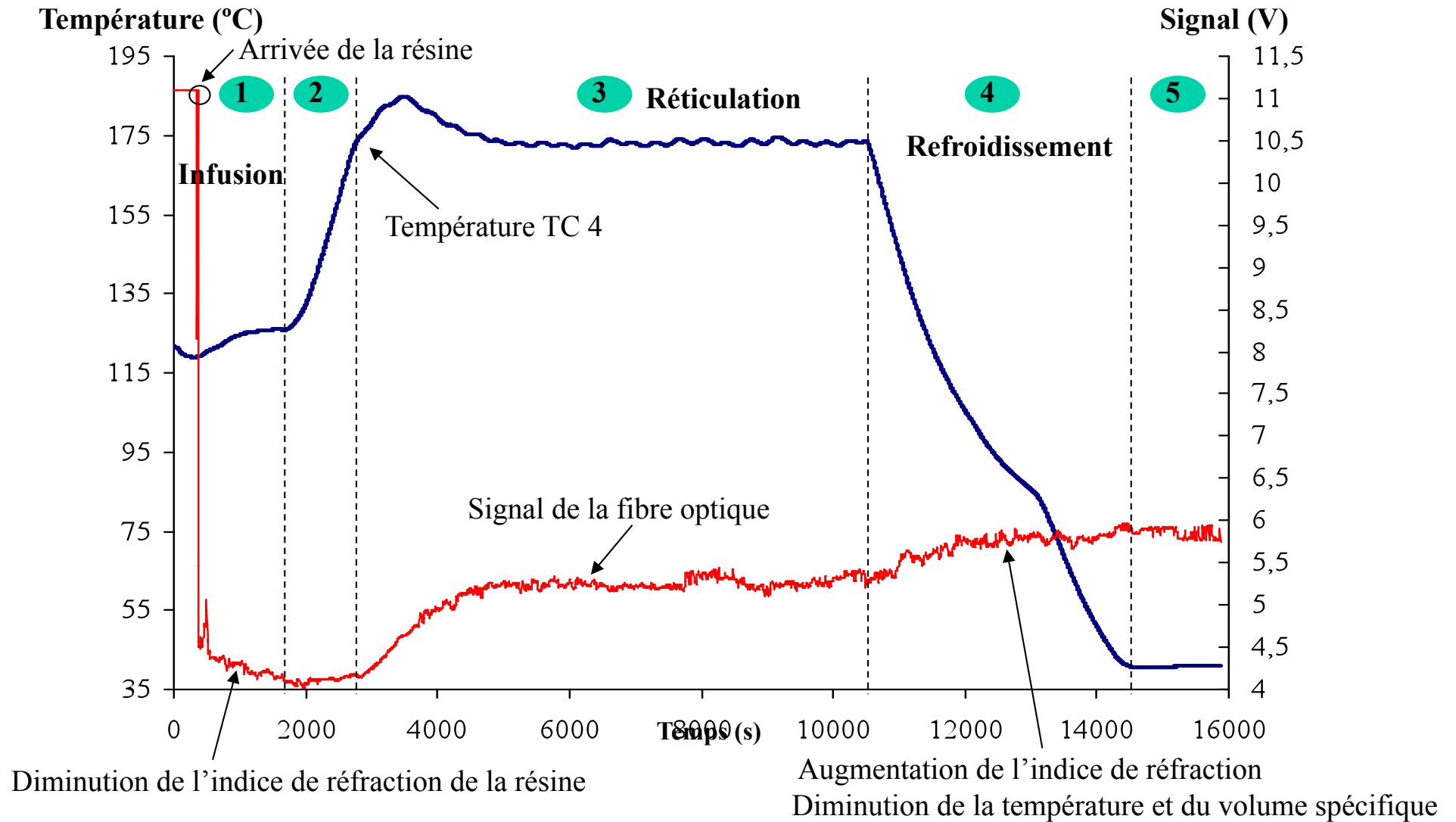
tissu UD (335mm×335mm×20mm), $[0_6, 90_6, 90_6, 0_6]_s$

Temps d'apparition de la température minimale

Thermocouple	TC3	TC4	TC5	TC6
Temps (s)	130	350	690	795

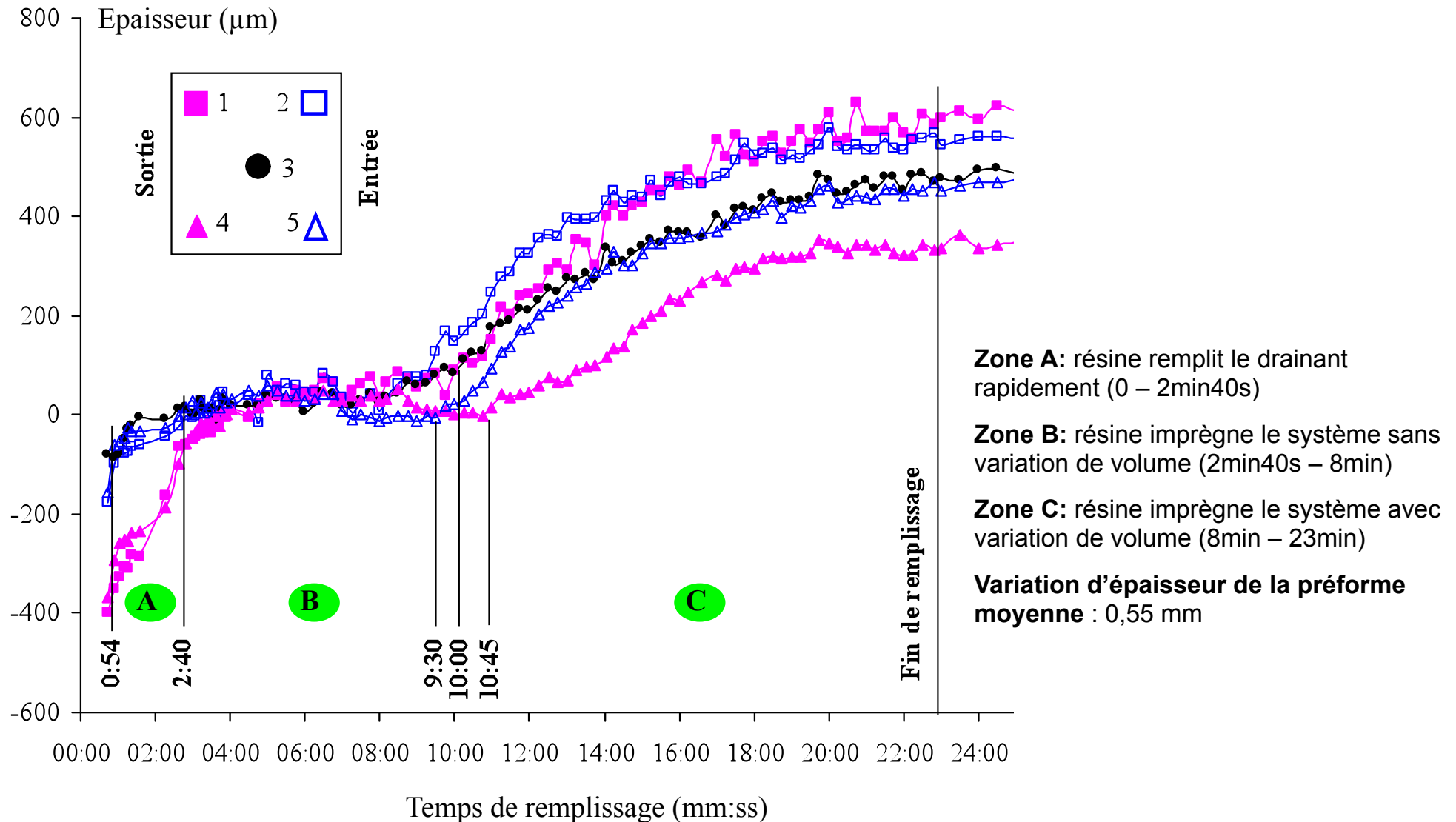
D.2 Comparaison avec l'expérience (3/9)

Suivi du procédé par thermo-couples et fibres optiques



D.2 Comparaison avec l'expérience (4/9)

Suivi de l'épaisseur pendant remplissage par projection de franges



D.2 Comparaison avec l'expérience (5/9)

Comparaison numérique / expérimentale pour un essai industriel standard :

		Expérimentale	
Condition initiale	Epaisseur de la préforme (mm)	20 (48 plis)	
	Dimension surfacique	335 mm × 335 mm	
	Taux volumique de fibres	39%	
	Masse de la préforme (g)	1560	
		Expérimentale	Numérique
Après compaction	Epaisseur de la préforme (mm)	13 ± 0,5	12,7
	Taux volumique de fibres	60%	61%
Après remplissage	Accroissement d'épaisseur (mm)		1,25
	Taux volumique de fibres		56%
	Masse de résine absorbée par la préforme (g)	705	750
	Temps de remplissage pour la préforme (s)	1000	890

Mesure simple

Calculé par épaisseur de masse de la préforme

Bonne corrélation entre les deux études, mais les temps de remplissage sont différents

Mesure

(1100 - 100)

D.2 Comparaison avec l'expérience (6/9)

Comparaison supplémentaire numérique / expérimentale :

		Expérimentale	
Condition initiale	Epaisseur de la préforme (mm)	10 (24 plis)	
	Dimension surfacique	335 mm × 335 mm	
	Taux volumique de fibres	39%	
	Masse de la préforme (g)	780	
		Expérimentale	Numérique
Après compaction	Epaisseur de la préforme (mm)	6 ± 0,5	6,35
	Taux volumique de fibres	65%	61%
Après remplissage	Accroissement d'épaisseur (mm)	0,55	0,6
	Taux volumique de fibres	56%	56%
	Masse de résine absorbée par la préforme (g)	350	375
	Temps de remplissage pour la préforme (s)	500	410

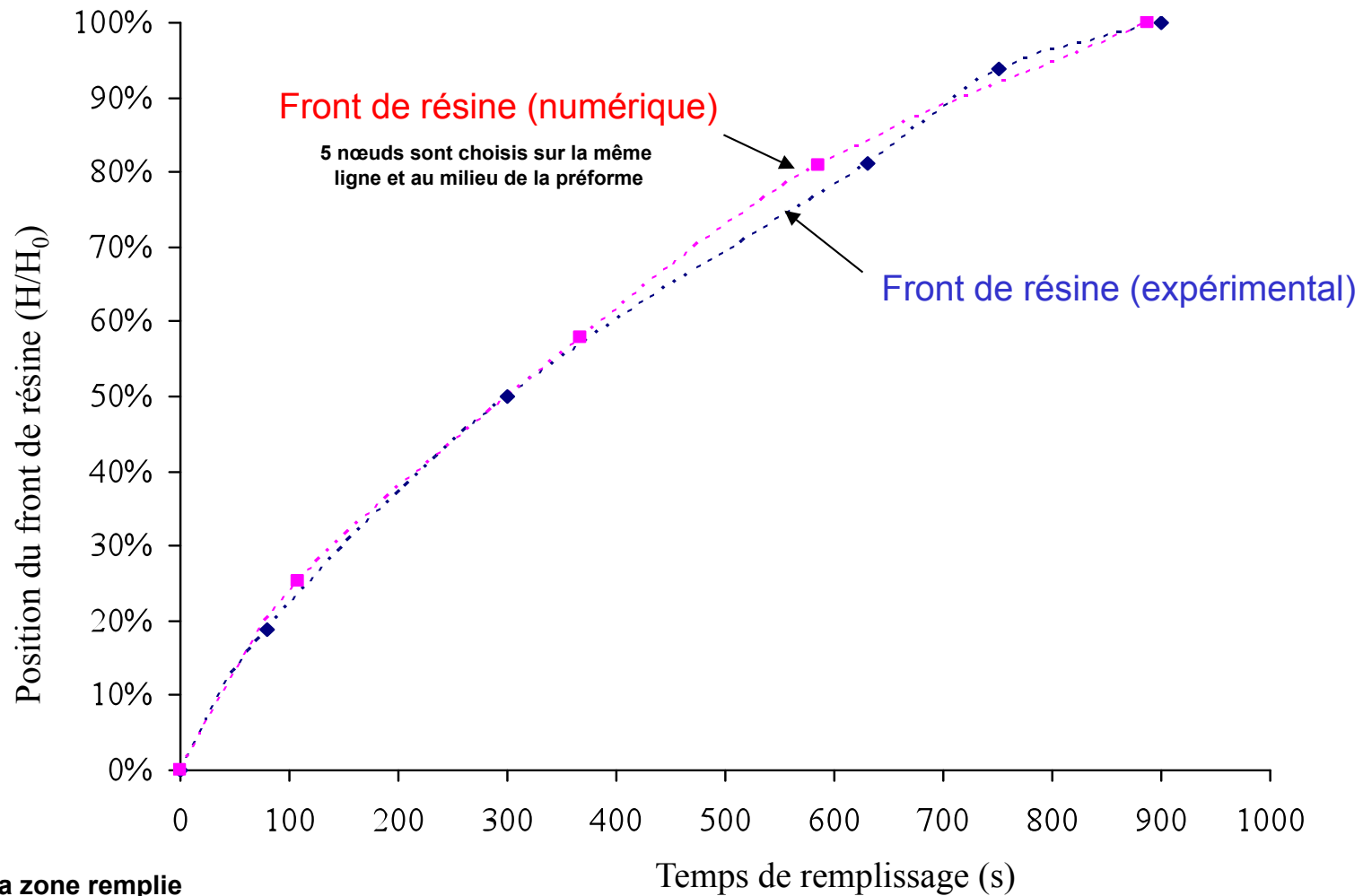
Bonne corrélation entre les deux études, mais les temps de remplissage sont différents

→ Mesure par PF

→ Correspond à l'épaisseur mesurée

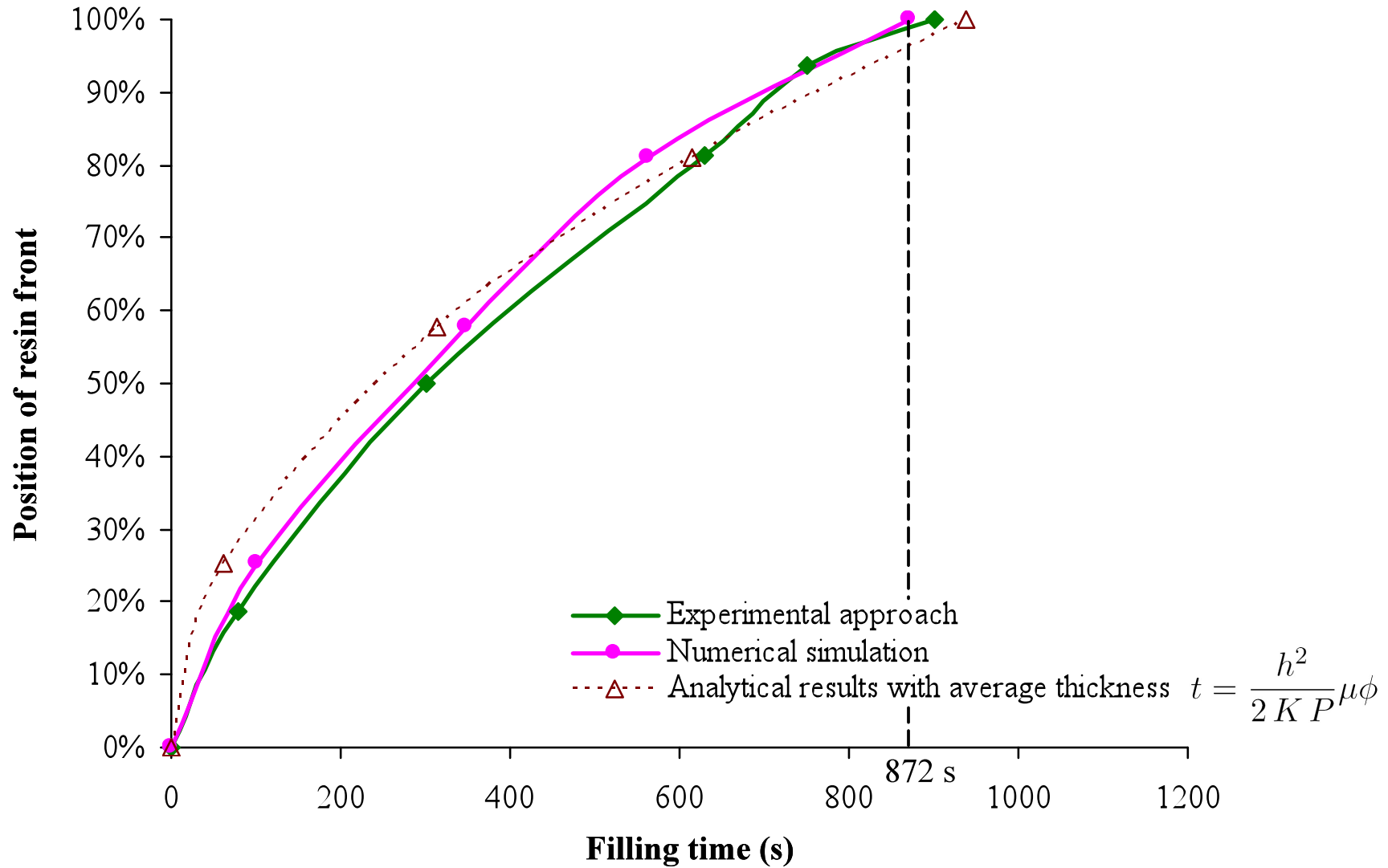
→ (600-100)

Evolution du front de résine pendant le remplissage (LRI):



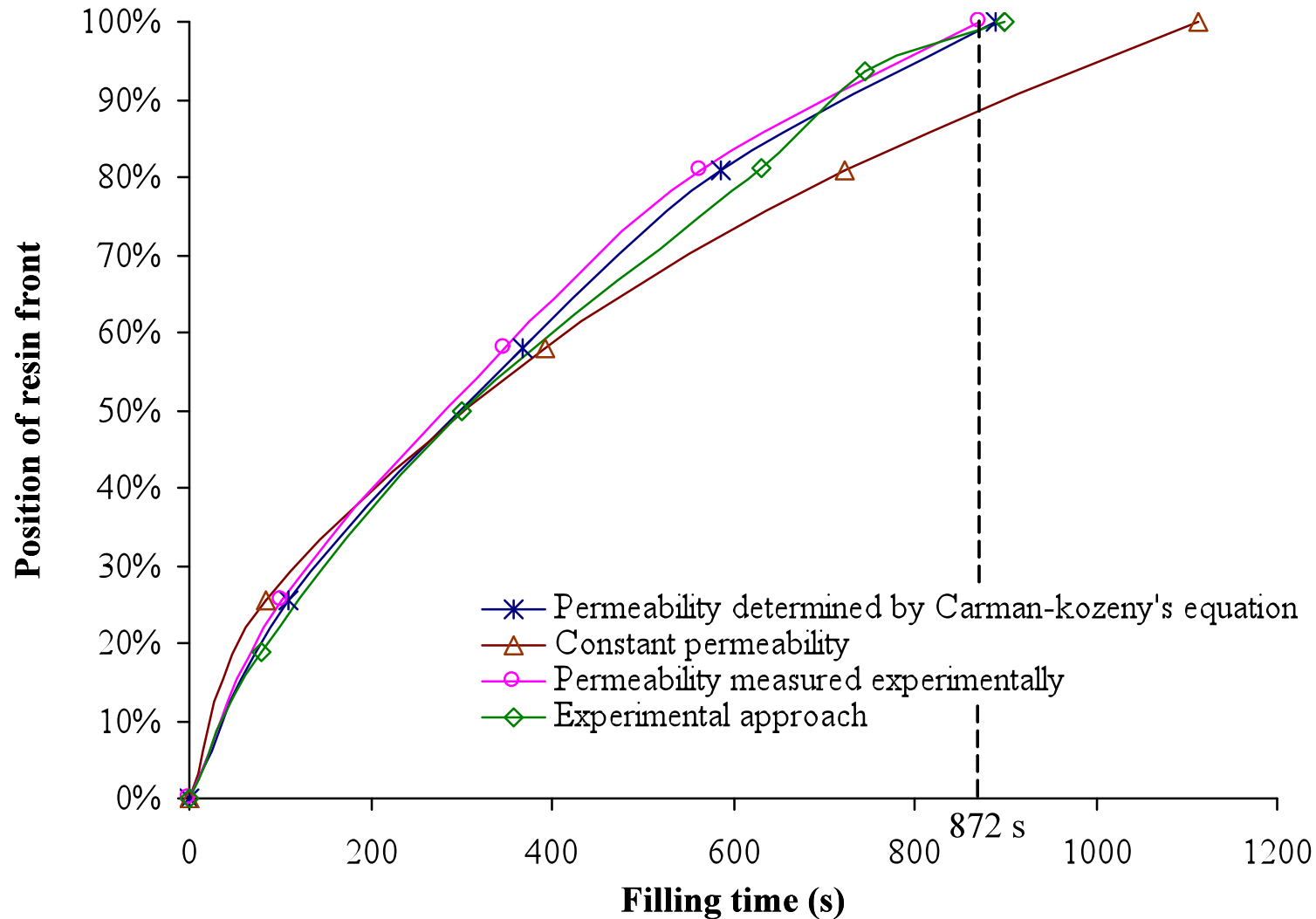
H : épaisseur de la zone remplie
 H_0 : épaisseur de la préforme

D.2 Comparaison avec l'expérience (8/9)



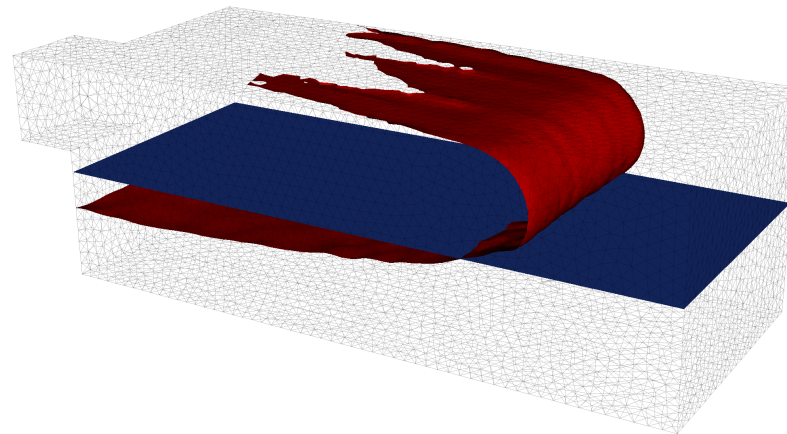
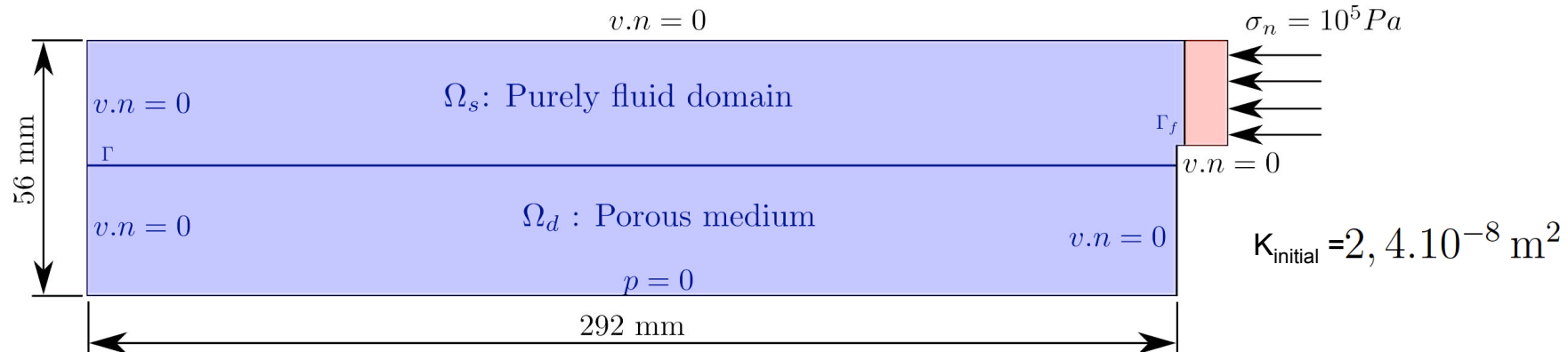
D.2 Comparaison avec l'expérience (9/9)

Importance de la caractérisation de la **perméabilité** :



D.2 Dernières avancées (1/4)

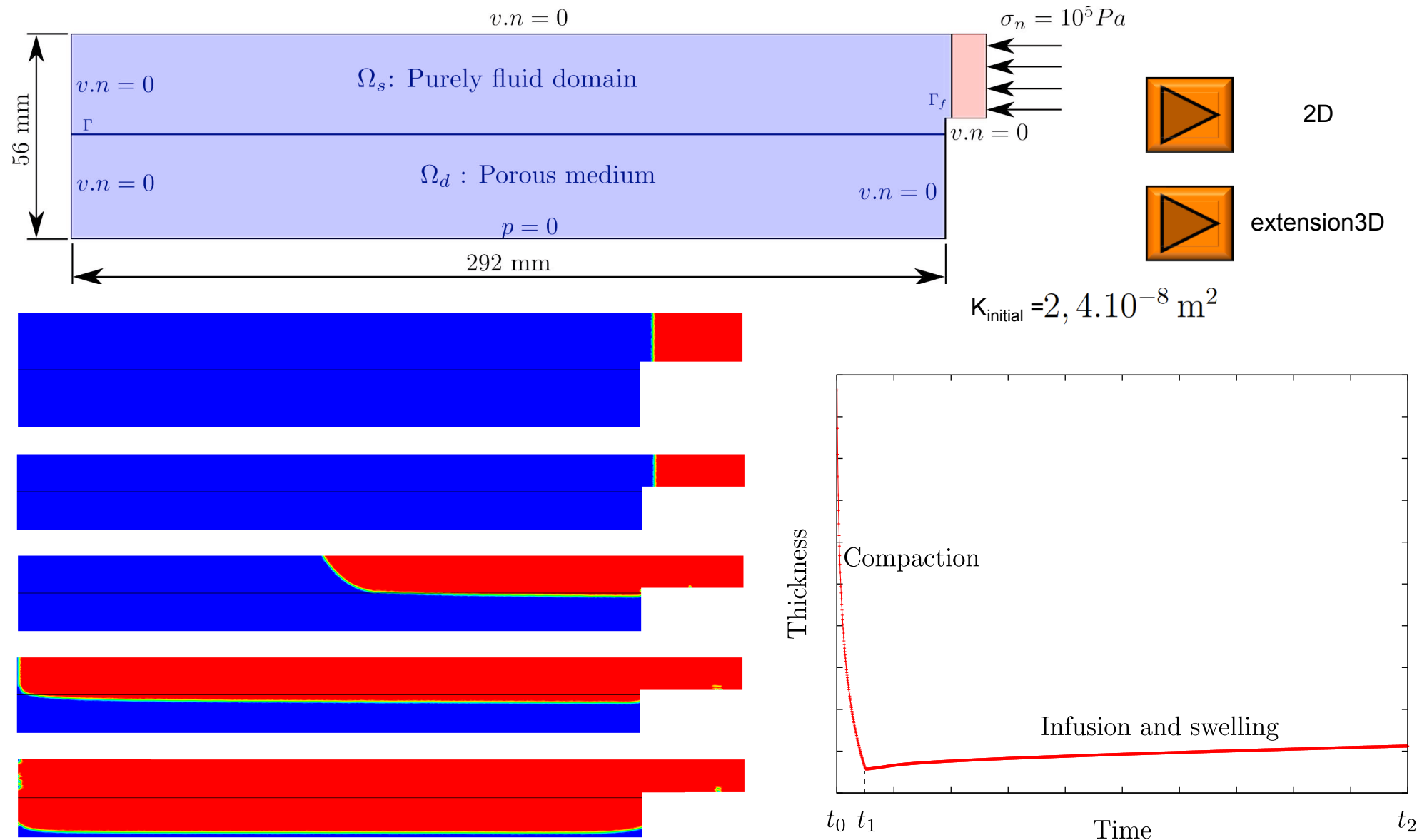
Remplissage et infusion - RTM



Injection avec drainant

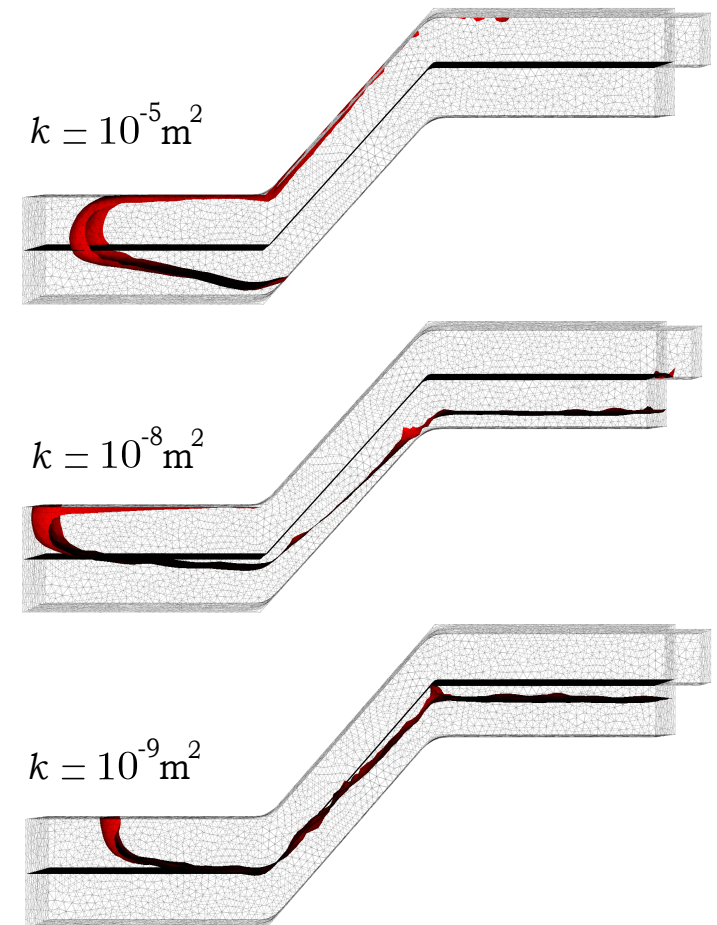
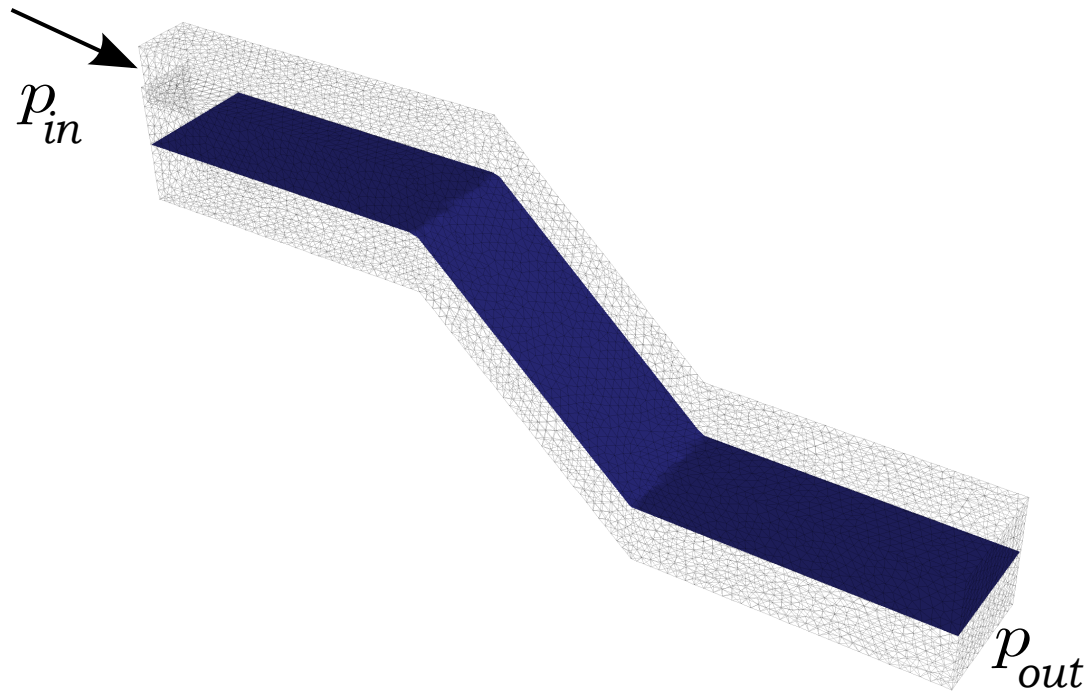
D.2 Dernières avancées (2/4)

Compaction, puis remplissage du drainant et infusion



D.2 Dernières avancées (3/4)

Compaction, puis remplissage du drainant et infusion

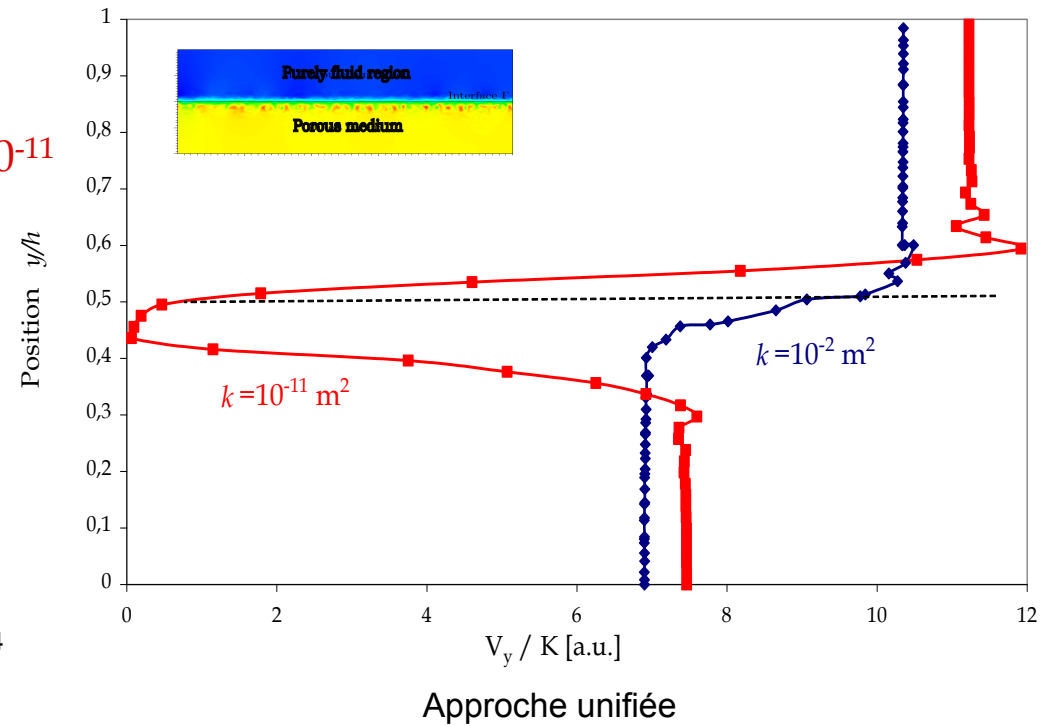
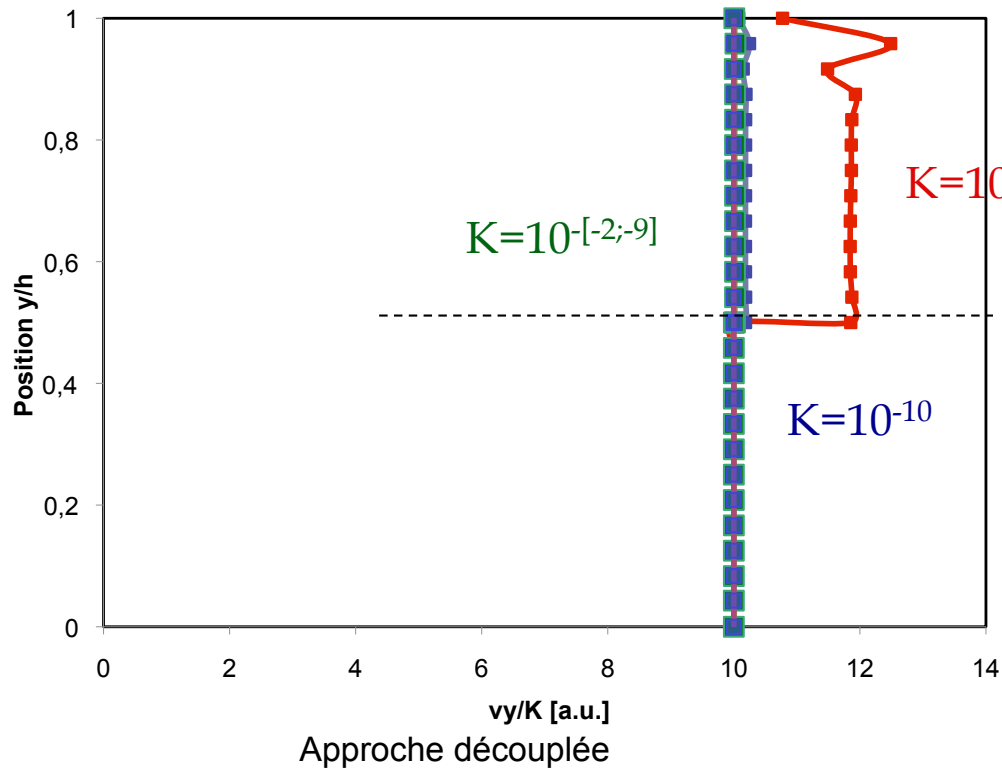
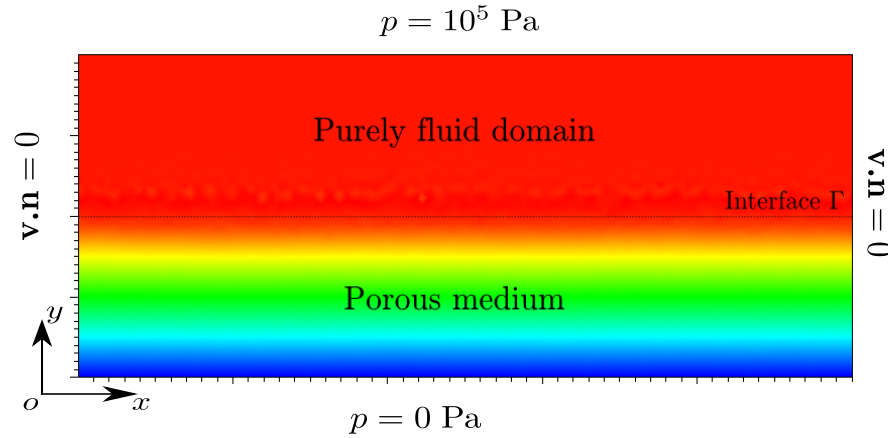


Infusion (compaction + front) temps de calcul !!!

Utilité du terme de glissement BJS quand $K < 10^{-9} \text{ m}^2$

D.2 Dernières avancées (4/4)

Mais pour les configurations sévères ...



Plan de l'exposé

- A. Position des couplages hydro-mécaniques dans les procédés d'élaboration des matériaux composites
 - 1. Les procédés d'élaboration par voie sèche des composites organiques
 - 2. Représentation des couplages en vue de la modélisation de l'infusion

- B. Prise en compte des grandes déformations des préformes (thèse P. Celle, 2006)
 - 1. Cadre mécanique – intégration d'un comportement de type Terzaghi
 - 2. Formulation Lagrangienne réactualisée du comportement orthotrope non-linéaire

- C. Modélisation de l'écoulement de la résine (thèse P. Celle – 2006, G. Pacquaut - 2010)
 - 1. Rappels des équations de conservation
 - 2. Formulation d'éléments finis stabilisés
 - 3. Suivi du front de fluide

- D. Modélisation de l'infusion – couplage Stokes/Darcy
 - 1. Approche découplée / Approche unifiée
 - 2. Simulations numériques / comparaisons avec l'expérience

E. Synthèse - Voies de développement actuelles

Références bibliographiques

E. Synthèse – voies de développement actuelles (1/3)

- ✧ Procédés d'élaboration des composites =
multi-physiques et multi-échelles
- ✧ Outils mis en place pour les modéliser
 - Grandes déformations des préformes – **Formulation Lagrangienne réactualisée** et **hypoélasticité isotrope transverse**
 - Comportement des nappes – **comportement homogénéisé de Terzaghi parfait (saturation)**
 - Écoulement de la résine – **mini-élément pour Stokes et Darcy**
 - Couplage Stokes / Darcy – **approches découplée et unifiée**
 - Couplage des \neq physiques – **couplage (semi) algorithmique**
- ✧ Voies d'amélioration actuelles
 - ✧ Couplage **direct fort** des \neq physiques
 - ✧ Prise en compte de la **thermique** et de la **physico-chimie** de la réaction

E. Synthèse – voies de développement actuelles (2/3)

- ① • Améliorer la qualité de détermination des paramètres d'entrés du modèle
 - **Perméabilités transverse saturée et transitoire (caractérisation + simulation)**
 - **Lois de comportement**
 - **Evolution de la saturation (mouillabilité) et pression capillaire – échelle mésoscopique**

- ② • Intégrations de mécanismes complémentaires et amélioration du modèle développé
 - **Couplage fort direct entre la mécanique des solides et la mécanique des fluides**
 - **Intégration des phénomènes thermo-physico-chimiques**
 - **Réarrangement des fibres**

- ③ • Utilisation et extension du modèle actuel
 - **Poursuite des investigations expérimentales (suivi de procédés)**
 - **Réalisation d'études paramétriques**
 - **Validation et capitalisation des modèles développés (Thèses A. Dereims & L. Abou Orm 2013)**

E. Synthèse – voies de développement actuelles (3/3)

**Les outils de modélisation sont
là pour nous aider, c'est la
physique à modéliser qui reste
l'objectif essentiel !**

Quelques références

Modélisation des écoulements

- G. Pacquaut, J. Bruchon, N. Moulin, et S. Drapier, Combining a level set method and a mixed stabilized P1/P1 formulation for coupling Stokes-Darcy flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. A paraître, 2011
- E. Perchat, *MINI-Element et factorisations incomplètes pour la parallélisation d'un solveur de Stokes 2D. Application au forgeage*, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2000
- S. Osher et J.A. Sethian, Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, **79**(1):12 – 49, 1988.
- D.N. Arnold, F. Brezzi et M. Fortin, A stable finite element for Stokes equations. *Calcolo*, **21**:337 – 344, 1984.

Modélisation des procédés par par infusion

- P. Celle, S. Drapier, et J-M. Bergheau, Numerical modelling of liquid resin infusion into fiber preforms undergoing compaction. *European Journal of Mechanics* , 7(4):647-661, 2008.
- T. Ouahbi, A. Saouab, J. Breard, P. Ouagne et S. Chatel, Modelling of hydro-mechanical coupling in infusion processes, *Composites/A*, **38**(7), 1646-1654, 2007
- P. Wang, S. Drapier, J. Molimard, A. Vautrin, et J.-C. Minni, Characterization of Liquid Resin Infusion (LRI Filling by Fringe Pattern Projection and in-situ Thermocouples, *Composites / A* , **41**(1):36-44, 2010.

Perméabilité, comportement des préformes

- S. Drapier, J. Monatte, O. Elbouazzaoui, et P. Henrat, Characterization of transient through-thickness permeabilities of Non Crimp New Concept (NC2) multiaxial fabrics, *Composites / A*, 36:877-892, 2005.
- S. Comas-Cardona, P. Le Grogneç C. Binetru et P. Krawczak, Unidirectional compression of fibre reinforcements. Part 1: A non-linear elastic-plastic behaviour, *Composites Science and Technology* **67**(3-4), 507-514, 2007.